

2020河东高二期末模拟

1 对任意等比数列 $\{a_n\}$ ，下列说法一定正确的是（ ）.

A. a_1, a_3, a_9 成等比数列

B. a_2, a_3, a_6 成等比数列

C. a_2, a_4, a_8 成等比数列

D. a_3, a_6, a_9 成等比数列

2 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 34$ ， $a_2 \cdot a_5 = 52$ ，且 $a_4 > a_2$ ，且 $a_5 =$ （ ）.

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

3 设 $f(x) = \ln(2x - 1)$ ，若 $f(x)$ 在 x_0 处的导数 $f'(x_0) = 1$ ，则 x_0 的值为（ ）.

A. $\frac{e+1}{2}$

B. $\frac{3}{2}$

C. 1

D. $\frac{3}{4}$

4 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 a_4 = 4$ ， $S_3 = 14$ ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_2 a_n$ ，则数列 $\{b_n\}$ 前6项和是（ ）.

A. 0

B. 2

C. 3

D. 5

5 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_n > 0$ ，公比 $q > 1$ ， $a_3 + a_5 = 20$ ， $a_2 a_6 = 64$ ，则 $S_6 =$ （ ）.

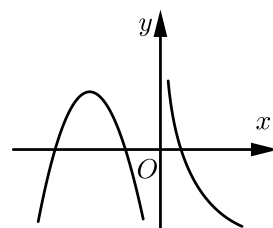
A. 31

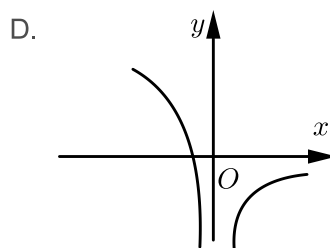
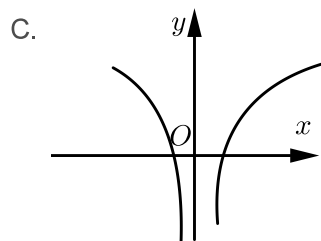
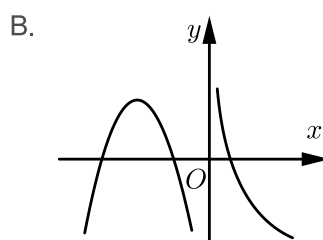
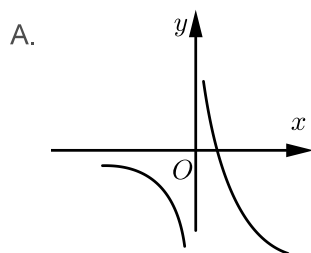
B. 36

C. 48

D. 63

6 设函数 $f(x)$ 在定义域内可导， $y = f(x)$ 的图象如图所示，则导函数 $y = f'(x)$ 的图象可能为（ ）.





7 已知函数 $f(x) = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) \sin x + \cos x$ ，则 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值为 () .

- A. 1 B. 2 C. -2 D. -1

8 设 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的可导函数， $f(0) = 0$ ，且 $f'(x) = 2 + x^2$ ，则不等式 $f(a) + f(1 - 2a) > 0$ 的解集为 () .

- A. $[0, 1]$ B. $[-1, 1)$ C. $(-1, 1]$ D. $[0, 1)$

9 在数列 $2, 8, 20, 38, 62, \dots$ 中，第6项是 _____ .

10 $3 + 3^3 + 3^5 + \dots + 3^{2n+1} =$ _____ .

11 过曲线 $C: f(x) = \ln x + x^2$ 上点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 _____ .

12 若函数 $f(x) = x(x - a)^2$ 在 $x = 2$ 处取得极小值，则 $a =$ _____ .

13 已知函数 $f(x) = ae^x - x^2$ 有两个极值点，则实数 a 的取值范围是 _____ .

14 求下列函数的导数：

(1) $y = x^2 \log_2(3x)$.

(2) $y = \frac{\cos(2x+1)}{x}$.

15 函数 $f(x) = a \ln x - bx^2$ 上一点 $P(2, f(2))$ 处的切线方程为 $y = -3x + 2 \ln 2 + 2$, 求 a, b 的值 .

16 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 , 已知 $a_1 = -7, S_3 = -15$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式 .

(2) 求 S_n , 并求 S_n 的最小值 .

17 已知函数 $f(x) = e^x - x^2 - 1$.

(1) 若函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}, x \in (0, +\infty)$, 求函数 $g(x)$ 的单调区间 .

(2) 若不等式 $f(x) + \frac{1}{2}(3x^2 - 2x - 2k) \leq 0$ 有解 , 求 k 的取值范围 .

18 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2 + n$, 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且 $T_n = 2^n + m$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式 .

(2) 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 Q_n .

19 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{a(x-1)}{x+2}$.

(1) 若 $a = 4$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间 .

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1]$ 内单调递增 , 求实数 a 的取值范围 .

(3) 若 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}^+$, 且 $x_1 \leq x_2$, 求证 : $(\ln x_1 - \ln x_2)(x_1 + 2x_2) \leq 3(x_1 - x_2)$.