

2020年高三期末复习卷 (B)

选择题

(本大题共8小题, 每小题5分, 共40分)

- 1 若集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 5\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 则集合 $A \cap B$ 等于 ().
- A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{2, 3, 5\}$ D. $\{2, 3, 5, 7\}$

- 2 已知在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 且 $2S = (a+b)^2 - c^2$, 则 $\tan C = ()$.
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$

- 3 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 " $a < b$ " 是 " $(a-b)a^2 < 0$ " 的 ().
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

- 4 已知 $a = \log_2 3 - \log_2 \sqrt{3}$, $b = \log_{0.5} \pi$, $c = 0.9^{-1.1}$, 则 ().
- A. $c > a > b$ B. $a > b > c$ C. $a > c > b$ D. $b > c > a$

- 5 正整数的排列规则如图所示, 其中排在第 i 行第 j 列的数记为 a_i^j , 例如 $a_4^3 = 9$, 则 a_{64}^4 等于 ().

```

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
.....
    
```

- A. 2018 B. 2019 C. 2020 D. 2021

双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，渐近线分别为 l_1, l_2 ，点 P 在第一象限内且在 l_1 上，若 $l_2 \perp PF_1, l_2 // PF_2$ ，则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

7 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + \sqrt{3} \cos(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 图象与直线 $y = 2$ 的两个相邻的交点之间的距离为 π ，且 $f(x) + f(-x) = 0$ ，若 $g(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ，则 ()。

- A. $g(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增 B. $g(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上单调递减
C. $g(x)$ 到 $(-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12})$ 上单调递增 D. $g(x)$ 在 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减

8 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_3 x|, & 0 < x \leq 3 \\ \frac{1}{3}x^2 - \frac{10}{3}x + 8, & x > 3 \end{cases}$ ， a, b, c, d 是互不相等的正数，且

$f(a) = f(b) = f(c) = f(d)$ ，则 $abcd$ 的取值范围是 ()。

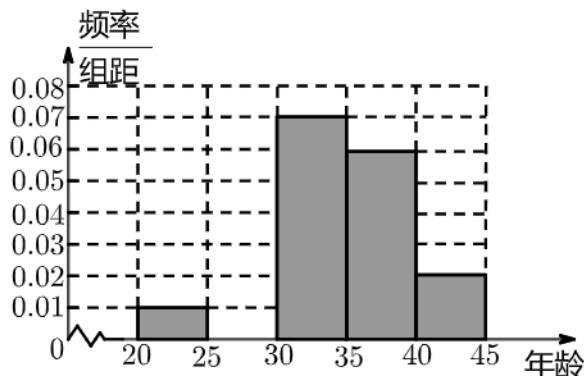
- A. (18, 25) B. (18, 24) C. (21, 25) D. (21, 24)

填空题

(本大题共6小题，每小题5分，共30分)

9 已知 i 为虚数单位， $z = \frac{2}{1-i}$ ，则 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 在某市创建文明城市活动中，对800名志愿者的年龄进行统计后得到频率分布直方图如下。但是年龄组为 $[25, 30)$ 的数据不慎丢失。据此直方图估计这800名志愿者，年龄在 $[25, 30)$ 内的人数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



11 在一次医疗救助活动中，需要从总医院外科的6名男医生、4名女医生中分别抽调3名男医生、2名女医生，且男医生中唯一的主任医师必须在内，则不同的选派方案共有 _____ 种（用数字作答）。

12 已知三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的球心 O 在 AB 上，且 $PO \perp$ 平面 ABC ，又已知 $2AC = \sqrt{3}AB$ ，若三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{3}{2}$ ，则该三棱锥的外接球的体积等于 _____。

13 已知 $ab > 0$ ， $a + b = 3$ ，则 $\frac{b^2}{a+2} + \frac{a^2}{b+1}$ 的最小值为 _____。

14 在平面直角坐标系中， O 为坐标原点， $|\vec{OB}| = |\vec{OC}| = |\vec{OD}| = 1$ ， $\vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ ，点 $A(1, 1)$ ，则 $\vec{AD} \cdot \vec{OB}$ 的取值范围为 _____。

解答题

（本大题共6小题，共80分）

15 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。已知 $a = 2, c = 3$ ，又知

$$b \sin A = a \cos\left(B - \frac{\pi}{6}\right).$$

(1) 求角 B 的大小、 b 边的长。

(2) 求 $\sin(2A - B)$ 的值。

16 为弘扬中华优秀传统文化，某中学利用课余时间组织学生开展小型知识竞赛。比赛规则为：每个参赛者回答 A, B 两组题目，每组题目各有两道题，每道题答对得1分，答错得0分，两组题目得分的和作为该选手的比赛成绩。小明估计，答对 A 组每道题的概率均为 $\frac{3}{4}$ ，答对 B 组每道题的概率均为 $\frac{2}{3}$ 。

(1) 求小明 A 组题得分比 B 组题得分多一分的概率。

(2) 记小明在比赛中得分为 X ，按此估计 X 的分布列和数学期望。

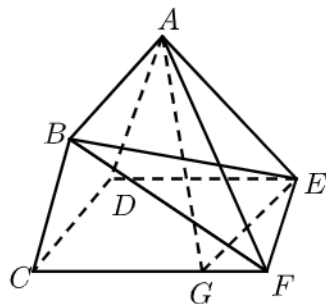
已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 前 n 项和为 S_n ($n \in \mathbf{N}^*$), $\{b_n\}$ 是首项为2的等比数列, 且公比大于0,

$$b_2 + b_3 = 12, b_3 = a_4 - 2a_1, S_{11} = 11b_4.$$

- (1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.
- (2) 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ($n \in \mathbf{N}^*$).

18 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 平面 $ADE \perp$ 平面 $CDEF$,

$\angle ADE = 60^\circ$, $DE \parallel CF$, $CD \perp DE$, $AD = 2$, $DE = DC = 3$, $CF = 4$, 点 G 是棱 CF 上的动点.



- (1) 当 $CG = 3$ 时, 求证 $EG \parallel$ 平面 ABF .
- (2) 求直线 BE 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值.
- (3) 若二面角 $G-AE-D$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{22}}{11}$, 求线段 CG 的长.

19 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 四点 $P_1(1, 1)$, $P_2(0, 1)$, $P_3(-1, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $P_4(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 中恰有三点在椭圆 C 上.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 设直线 l 不经过 P_2 点且与椭圆 C 相交于 A 、 B 两点, 若直线 P_2A 与 P_2B 直线的斜率的和为 -1 , 证明: l 过定点.

20 已知函数 $g(x) = -2ax + \ln x$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $g(x)$ 在点 $(2, g(2))$ 处切线的方程.
- (2) 令 $f(x) = \frac{a}{2}x^2 + g(x)$, 已知函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 \cdot x_2 > \frac{1}{2}$.
 - ① 求实数 a 的取值范围.
 - ② 若存在 $x_0 \in [1 + \frac{\sqrt{2}}{2}, 2]$, 使不等式 $f(x_0) + \ln(a+1) > m(a^2 - 1) - (a+1) + 2\ln 2$ 对任意实数 a (取值范围内的值) 恒成立, 求实数 m 的取值范围.