

圆锥曲线（小题）

一、圆锥曲线



直线和圆

- 1 直线 $x - y + 3 = 0$ 被圆 $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$ 截得的弦长为 _____ .
- 2 已知直线 $y = mx$ 与圆 $C: (x - m)^2 + (y - 1)^2 = m^2 - 1$ 交于 A, B 两点, $\angle ACB = 60^\circ$, 则圆的面积为 _____ .
- 3 已知点 P 是直线 $3x + 4y - 2 = 0$ 上的点, 点 Q 是圆 $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ 上的点, 则 $|PQ|$ 的最小值是 _____ .
- 4 直线 $l: x + y + m = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ 相交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 则 $m =$ _____ .
- 5 已知圆 C 的圆心在第四象限, 直线 $y = -2x$ 过圆心, 且点 $(2, 1)$ 在圆 C 上, 直线 $x - 2y = 0$ 与圆 C 交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 则圆 C 的方程为 _____ .
- 6 已知圆 C 的圆心在 x 轴正半轴上, 点 $M(0, 2\sqrt{2})$ 在圆 C 上, 且圆心到直线 $2x - y + 1 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$, 则圆 C 的方程为 _____ .
- 7 已知直线 l 的方程为 $x + y - 6 = 0$, M 为圆 $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 上的任意一点. Q 点 M 到直线 l 的距离为 d , 则 d 的最大值为 _____ .

8 垂直于直线 $y = x + 1$ 且与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切于第一象限的直线方程是 _____ .

9 已知点 A 、 F 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点和左焦点, 若 AF 与圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 相切于点 T , 且点 T 是线段 AF 靠近点 A 的三等分点, 则椭圆 C 的标准方程为 _____ .

10 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 的圆心到直线 $ax + y - 1 = 0$ 的距离为 1, 则 $a = ()$.

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

11 已知过点 $A(-2, m)$ 和 $B(m, 4)$ 的直线与直线 $2x + y - 1 = 0$ 平行, 则 m 的值为 $()$.

- A. 0 B. -8 C. 2 D. 10

12 已知直线 l 过点 $(-2, 0)$, 当直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = 2x$ 有两个交点时, 其斜率 k 的取值范围是 $()$.

- A. $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ B. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ C. $(-\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$ D. $(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$



双曲线抛物线

13 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦点与抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点 F 重合, 抛物线的准线与双曲线交于 A, B 两点, 且 $\triangle OAB$ 的面积为 6, (O 为原点), 则双曲线的方程为 $()$.

- A. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{32} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

14 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 若双曲线 C 上存在一点 P , 使得 $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形, 且 $\cos \angle PF_1F_2 = \frac{7}{8}$, 则双曲线的离心率为 $()$.

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ 或 3 D. $\frac{4}{3}$ 或 2

- 15 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点，过点 F_2 与双曲线的一条渐近线平行的直线交双曲线另一条渐近线于点 M ，若点 M 在以线段 F_1F_2 为直径的圆外，则双曲线离心率的取值范围是() .

A. $(1, \sqrt{2})$ B. $(\sqrt{3}, +\infty)$ C. $(\sqrt{3}, 2)$ D. $(2, +\infty)$

- 16 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 有相同的焦点 F ，点 A 是两曲线的一个交点，若直线 AF 的斜率为 $\sqrt{3}$ ，则双曲线的离心率为() .

A. $\frac{\sqrt{7}+1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}+3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{7}+4}{3}$

- 17 设 e_1, e_2 ，分别为具有公共焦点 F_1, F_2 的椭圆和双曲线的离心率， P 为两曲线的一个公共点，且满足 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ ，则 $\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2}$ 的值为() .

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. 不确定

- 18 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F_1 ， P 为左支上一点， $|PF_1| = a$ ， P_0 与 P 关于原点对称，且 $\overrightarrow{P_0F_1} \cdot \overrightarrow{PF_1} = 0$ ，则双曲线的渐近线方程为() .

A. $y = \pm x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ D. $y = \pm 2x$

- 19 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线分别为 l_1, l_2 ，若 E 的一个焦点 F 关于 l_1 的对称点 F' 在 l_2 上，则 E 的离心率为() .

A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

- 20 已知 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点，过点 F 向 C 的一条渐近线引垂线，垂足为 A ，交另一条渐近线于点 B ，若 $|OF| = |FB|$ ，则 C 的离心率是() .

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

- 21 已知抛物线 $x^2 = -4by$ 的准线与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右支分别交于 B, C 两点, A 为双曲线的右顶点, O 为坐标原点, 若 $\angle BOC = 2\angle AOC$, 则双曲线的渐近线方程为 ().

A. $y = \pm 2\sqrt{2}x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm \sqrt{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

- 22 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 其中, 双曲线半焦距为 c , 若抛物线 $y^2 = 4cx$ 的准线被双曲线 C 截得的弦长为 $\frac{2}{3}ae^2$ (e 为双曲线 C 的离心率), 则双曲线 C 的渐近线方程为 ().

A. $y = \pm \frac{1}{2}x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ C. $y = \pm \frac{3}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}x$

- 23 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M, N 在双曲线上, 且 $MN \parallel F_1F_2$, $|MN| = \frac{1}{2}|F_1F_2|$, 线段 F_1N 交双曲线 C 于 Q , $|F_1Q| = \frac{2}{5}|F_1N|$, 则该双曲线的离心率是 ().

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. $\sqrt{7}$

- 24 设 P 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 上一点, F_1, F_2 分别为双曲线 C 的左、右焦点, $PF_2 \perp F_1F_2$, 若 $\triangle PF_1F_2$ 的外接圆半径是其内切圆半径的 $\frac{17}{6}$ 倍, 则双曲线 C 的离心率为 ().

A. 2 B. 4 C. 2或3 D. 4或 $\frac{5}{3}$

- 25 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点和右焦点, 过 F_2 的直线 l 与双曲线的右支交于 A, B 两点, $\triangle AF_1F_2$ 的内切圆半径为 r_1 , $\triangle BF_1F_2$ 的内切圆半径为 r_2 , 若 $r_1 = 2r_2$, 则直线 l 的斜率为 ().

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

- 26 已知 F 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点, E 是该双曲线的右顶点, 过点 F 且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABE$ 是锐角三角形, 则该双曲线的离心率 e 的取值范围为 _____.

27 抛物线 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F ，其准线 l 与 y 轴交与点 A ，点 M 在抛物线 C 上，当 $\frac{|MA|}{|MF|} = \sqrt{2}$ 时， $\triangle AMF$ 的面积为 () .

A. 1

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. 4

28 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点到抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线的距离为 4，点 $(2, 2\sqrt{2})$ 是双曲线的一条渐进线与抛物线的一个交点，则双曲线的标准方程为 () .

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

B. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$

D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$

29 过点 $(0, 3b)$ 的直线 l 与双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条斜率为正值的渐近线平行，若双曲线 C 的右支上的点到直线 l 的距离恒大于 b ，则双曲线 C 的离心率的最大值是 _____ .

30 已知 P 为抛物线 $C: y^2 = 4\sqrt{2}x$ 上一点，点 $M(\sqrt{2}, 0)$ ，若 $|PM| = 4\sqrt{2}$ ，则 $\triangle POM$ (O 为坐标原点) 的面积为 _____ .

31 抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线与 x 轴的交点为 M ，过点 M 作 C 的两条切线，切点分别为 P, Q ，则 $\angle PMQ =$ _____ .

32 已知 P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上任意一点， Q 是圆 $(x-4)^2 + y^2 = 1$ 上任意一点，则 $|PQ|$ 的最小值为 _____ .

33 已知 P 为抛物线 $y^2 = x$ 上异于原点 O 的点， $PQ \perp x$ 轴，垂足为 Q ，过 PQ 的中点作 x 轴的平行线交抛物线于点 M ，直线 QM 交 y 轴于点 N ，则 $\frac{|PQ|}{|NO|} =$ _____ .

二、限时训练

- 34 若 $z_1 = a + 2i$, $z_2 = 3 - 4i$, 且 $\frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数, 则实数 a 的值为 _____ .

本部分共6个填空题, 共限时20分钟.

- 35 设 $f(x)$ 是 $\left(x^2 + \frac{1}{2x}\right)^6$ 展开式的中间项, 若 $f(x) \leq mx$ 在区间 $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right]$ 上恒成立, 则实数 m 的取值范围是 _____ .

- 36 已知四棱锥 $P - ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为2的正方形, 侧面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA = PB = 4$, 则该四棱锥 $P - ABCD$ 的外接球的表面积为 _____ .

- 37 某学校为了迎接市春季运动会, 从5名男生和4名女生组成的田径运动队中选出4人参加比赛, 要求男, 女生都有, 则男生甲与女生乙至少有1人入选的方法种数为 _____ .

- 38 设二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的导函数为 $f'(x)$, 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(x) \geq f'(x)$ 恒成立, 则 $\frac{b^2}{a^2 + 2c^2}$ 的最大值 _____ .

- 39 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD = \frac{1}{2}AB$, F 在线段 CD 上, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AF} = x\vec{a} + y\vec{b}$, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为 _____ .

