

独当一面

1. 若式子 $\frac{\sqrt{x-3}}{x-5}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ().

A. $x \neq 5$ B. $x \neq 3$ C. $x > 3$ D. $x \geq 3$ 且 $x \neq 5$

【答案】 D

【解析】 由题意得, $x-3 \geq 0$, $x-5 \neq 0$,
解得, $x \geq 3$ 且 $x \neq 5$.

【标注】 【知识点】 二次根式有意义的条件

【知识点】 分式有意义的条件

2. 若 x, y 为实数, 且 $y = \sqrt{1-4x} + \sqrt{4x-1} + \frac{1}{2}$, 求 $x+y$ 的值.

【答案】 $\frac{3}{4}$.

【解析】 由题意, 得 $1-4x \geq 0$, $4x-1 \geq 0$,
解得 $x = \frac{1}{4}$,
 $y = \frac{1}{2}$,
 $x+y = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.
故答案为 $\frac{3}{4}$.

【标注】 【知识点】 二次根式有意义的条件

3. 如果 $\sqrt{(2-x)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = (x-2) + (3-x)$, 那么 x 的取值范围是 ().

A. $x \geq 3$ B. $x \leq 2$ C. $x > 3$ D. $2 \leq x \leq 3$

【答案】 D

【解析】 由题意可知 $\begin{cases} 2-x \leq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases}$,
解得 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$,
 $\therefore 2 \leq x \leq 3$,
故选 D.

【标注】【知识点】二次根式的性质

4. 计算： $\frac{2\sqrt{18}}{\sqrt{24}}$.

【答案】 $\sqrt{3}$.

【解析】 $\frac{2\sqrt{18}}{\sqrt{24}} = \frac{6\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \sqrt{3}$.

【标注】【知识点】分母、分子有理化

5. 计算：

(1) $2\sqrt{12} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{48}$.

(2) $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} + 5)$.

【答案】(1) $14\sqrt{3}$.

(2) $17 + 8\sqrt{2}$.

【解析】(1) 原式 $= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$
 $= 14\sqrt{3}$.

(2) 原式 $= 2 + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 15$
 $= 17 + 8\sqrt{2}$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】二次根式的加减以及混合运算

【知识点】二次根式的四则混合运算

6. 计算：

(1) $(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) - (\sqrt{5} - 2)^2$.

(2) $3\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$.

【答案】(1) $4\sqrt{5} - 8$.

(2) $2\sqrt{3}$.

【解析】(1) 原式 $= 5^2 - (2\sqrt{6})^2 - [(\sqrt{5})^2 - 4\sqrt{5} + 4]$

$$\begin{aligned}
&= 25 - 24 - (5 - 4\sqrt{5} + 4) \\
&= 1 - 9 + 4\sqrt{5} \\
&= 4\sqrt{5} - 8. \\
(2) \text{ 原式} &= 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} - |2 - \sqrt{5}| + \frac{\sqrt{5} - 2}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} \\
&= 2\sqrt{3} - (\sqrt{5} - 2) + \sqrt{5} - 2 \\
&= 2\sqrt{3} - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 \\
&= 2\sqrt{3}.
\end{aligned}$$

【标注】【知识点】二次根式的运算

7. 化简下列二次根式：

$$\begin{aligned}
(1) & \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}. \\
(2) & \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}. \\
(3) & \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}. \\
(4) & \frac{1}{\sqrt{3} + 2} - \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}. \\
(5) & \frac{1}{\sqrt{m} + \sqrt{n}}. \\
(6) & \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{y}}{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}.
\end{aligned}$$

【答案】 (1) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$.

(2) $3 - 2\sqrt{2}$.

(3) $6 - \sqrt{35}$.

(4) $-5\sqrt{3} - 5$.

(5) $\sqrt{m} - \sqrt{n}$.

(6) $\frac{4x + 9y + 12\sqrt{xy}}{4x - 9y}$.

【解析】 (1) $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2 \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} \\
&= \frac{2 \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}
\end{aligned}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{3}.$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})} \\ &= 3 - 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

(3)

(4)

$$\begin{aligned} (5) \quad & \frac{m - n}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} \\ &= \frac{(\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n})}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} \\ &= \sqrt{m} - \sqrt{n}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{y}}{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}} \\ &= \frac{(2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})^2}{(2\sqrt{x} - 3\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})} \\ &= \frac{4x + 9y + 12\sqrt{xy}}{4x - 9y}. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】分母、分子有理化