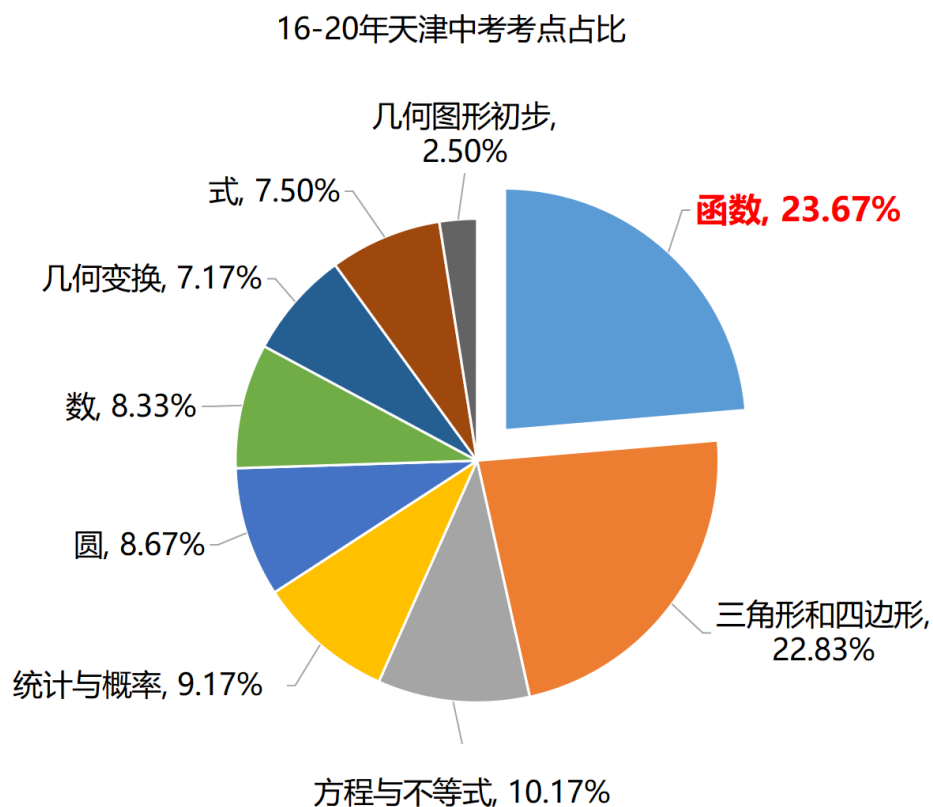


第4讲一次函数实际应用

知己知彼



年份	分值	占比	第23题
2020年	10	8%	一次函数实际应用（行程问题）
2019年	10	8%	一次函数实际应用（方案选择问题）
2018年	10	8%	一次函数实际应用（方案选择问题）
2017年	10	8%	一次函数实际应用（方案选择问题）
2016年	10	8%	一次函数实际应用（方案设计问题）

一、行程问题

行程问题

常用公式：路程=_____×_____

函数图象的解读，要关注4点：起始点，终止点，_____和_____

教法备注

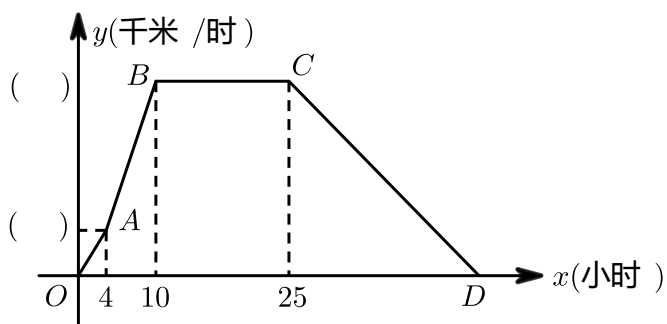
【特点】所给问题中已经明确告知为一次函数关系或者给出函数的图像为直线或直线的一部分时，就等于告诉我们此函数为“一次函数”，此时可以利用待定系数法求解析式即可。

【常见题型】

行程问题中的路程与时间的关系常给出函数的图像（多是直线或折线）。

常见题型	解题思路
行程问题	常用公式：路程=速度×时间 函数图象的解读，要关注4点：起始点，终止点，转折点和最值点

1. 如图, 某气象中心观测一场沙尘暴从发生到结束的全过程. 开始时风速平均每小时增加 2km , 4小时后沙尘暴经过开阔荒漠地, 风速变为平均每小时增加 3km , 10小时后的一段时间内风速保持不变. 当沙尘暴遇到绿色植被林时, 其风速平均每小时减小 1km , 最终停止. 结合风速与时间的图象, 回答下列问题:



- (1) 在 y 轴()内填入相应的数值.
 (2) 沙尘暴从发生到结束, 共经过 _____ 小时?
 (3) 求出 OA 段的函数关系式, 并写出它的自变量取值范围.

【答案】 (1) 在 y 轴()内填入相应的数值, 从上到下依次为26, 8.

(2) 51

(3) OA 段的函数关系式为 $y = 2x$, 其中 $0 \leq x \leq 4$.

【解析】 (1) $2 \times 4 = 8$,

$$8 + 3 \times (10 - 4) = 26.$$

故在 y 轴()内填入相应的数值, 从上到下依次为26, 8.

(2) $26 \div 1 + 25 = 51$,

$\therefore$ 沙尘暴从发生到结束, 共经过51小时.

(3) $\because$ 点 A 的坐标为 $(4, 8)$,

设直线 OA 的解析式为 $y = kx$,

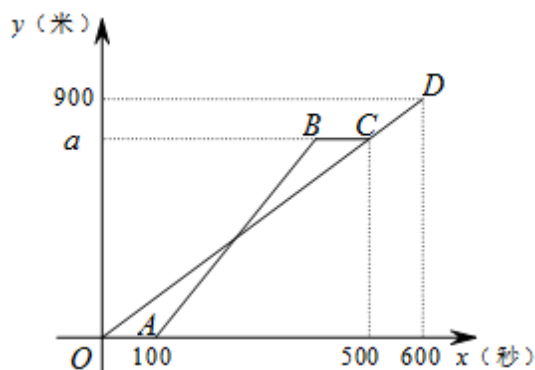
$$\text{则 } 8 = 4k, \text{ 解得 } k = 2,$$

$\therefore OA$ 段的函数关系式为 $y = 2x$, 其中 $0 \leq x \leq 4$.

【标注】【知识点】分段函数

2. 甲、乙两人从顺义少年宫出发, 沿相同的线路跑向顺义公园, 甲先跑一段路程后, 乙开始出发, 当乙超过甲150米时, 乙停在此地等候甲, 两人相遇后, 乙和甲一起以甲原来的速度跑向顺义公园, 如

图是甲、乙两人在跑步的全过程中经过的路程 y （米）与甲出发的时间 x （秒）的函数图象，请根据题意解答下列问题．



- (1) 在跑步的全过程中，甲共跑了 _____ 米，甲的速度为 _____ 米/秒；
 (2) 求乙跑步的速度及乙在途中等候甲的时间；
 (3) 求乙出发多长时间第一次与甲相遇？

【答案】 (1) 900 ; 1.5

(2) 乙在途中等候甲的时间是100秒

(3) 乙出发150秒时第一次与甲相遇．

【解析】 (1) 解：(1) 根据图象可以得到：甲共跑了900米，用了600秒，

$\therefore$ 甲的速度为 $900 \div 600 = 1.5$ 米/秒．

(2) (2) 甲跑500秒的路程是 $500 \times 1.5 = 750$ 米，

甲跑600米的时间是 $(750 - 150) \div 1.5 = 400$ 秒，

乙跑步的速度是 $750 \div (400 - 100) = 2.5$ 米/秒，

乙在途中等候甲的时间是 $500 - 400 = 100$ 秒．

(3) $\because D(600, 900), A(100, 0), B(400, 750)$ ，

$\therefore OD$ 的函数关系式为 $y = 1.5x$ ， AB 的函数关系式为 $y = 2.5x - 250$ ，

根据题意得
$$\begin{cases} y = 1.5x \\ y = 2.5x - 250 \end{cases}$$

解得 $x = 250$ ，

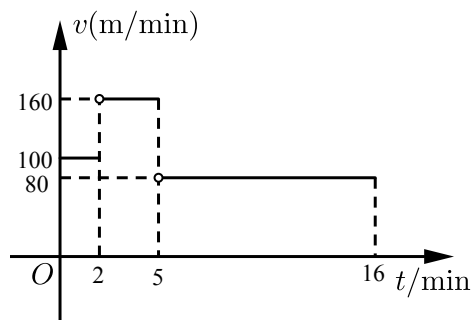
$\therefore$ 乙出发150秒时第一次与甲相遇．

【标注】 【知识点】一次函数与实际问题

过关斩将

3. 小明从家出发，沿一条直道跑步，经过一段时间原路返回，刚好在第16 min回到家中．设小明出发第 $t(\text{min})$ 时的速度为 $v(\text{m/min})$ ，离家的距离为 $s(\text{m})$ ， v 与 t 之间的函数关系如图所示（图中的空心

圈表示不包含这一点)。



(1) 小明出发第2min时离家的距离为 _____ m.

(2) 当 $2 < t \leq 5$ 时, 求 s 与 t 之间的函数表达式.

(3) 画出 s 与 t 之间的函数图象.

【答案】 (1) 200

(2) $s = 160t - 120$.

(3) 画图见解析.

【解析】 (1) $100 \times 2 = 200(\text{m})$.

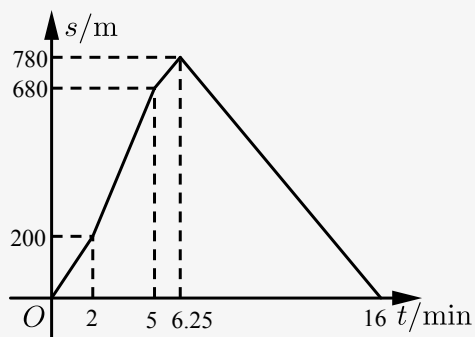
故小明出发第2min时离家的距离为200m.

(2) 当 $2 < t \leq 5$ 时, $s = 100 \times 2 + 160(t - 2) = 160t - 120$.

故 s 与 t 之间的函数表达式为 $s = 160t - 120$.

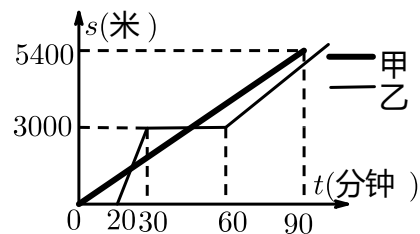
(3) s 与 t 之间的函数关系式为
$$\begin{cases} 100t (0 \leq t \leq 2) \\ 160t - 120 (2 < t \leq 5) \\ 80t + 280 (5 < t \leq 6.25) \\ 1280 - 80t (6.25 < t \leq 16) \end{cases}$$

如图所示.



【标注】【知识点】一次函数与实际问题

4. 某景区在同一直线上顺次有三个景点A、B、C, 甲、乙两名游客从景点A出发, 甲步行到景点C; 乙花20分钟时间排队后乘观光车先到景点B, 在B处停留一段时间后, 再步行到景点C, 甲、乙两人离景点A的路程 s (米) 关于时间 t (分钟) 的函数图象如图所示.



- (1) 甲的速度是 _____ 米/分钟 .
- (2) 当 $20 \leq t \leq 30$ 时, 求乙离景点 A 的路程 s 与 t 的函数表达式 .
- (3) 乙出发后多长时间与甲在途中相遇 ?
- (4) 若当甲到达景点 C 时, 乙与景点 C 的路程为 360 米, 则乙从景点 B 步行到景点 C 的速度是多少 ?

【答案】 (1) 60

(2) $s = 300t - 6000$.

(3) 乙出发 5 分钟和 30 分钟时与甲在途中相遇 .

(4) 68 米/分钟 .

【解析】 (1) 由图可得, 甲 90 分钟走了 5400 米,
则甲的速度为 $\frac{5400}{90} = 60$ 米/分钟 . .

(2) 当 $20 \leq t \leq 30$ 时, 设 $s = mt + n$,

由题意得
$$\begin{cases} 20m + n = 0 \\ 30m + n = 3000 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} m = 300 \\ n = -6000 \end{cases}$$

$\therefore s = 300t - 6000$.

(3) 当 $20 \leq t \leq 30$ 时, $60t = 300t - 6000$,

解得: $t = 25$,

$25 - 20 = 5$ (分)

当 $30 \leq t \leq 60$ 时, $60t = 3000$,

解得: $t = 50$,

$50 - 20 = 30$ (分)

所以乙出发 5 分钟和 30 分钟时与甲在途中相遇 .

(4) 设乙从 B 步行到 C 的速度是 x 米/分钟 ,

由题意得 $5400 - 3000 - (90 - 60)x = 360$,

解得: $x = 68$,

所以乙从景点 B 步行到景点 C 的速度是 68 米/分钟 .

【标注】【能力】运算能力

【能力】分析和解决问题能力

【知识点】函数图象与实际问题

【知识点】函数的图象

【知识点】一次函数与实际问题

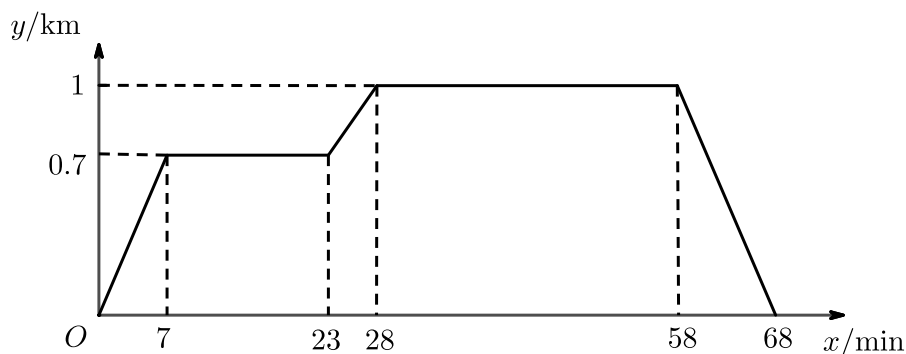
【知识点】一元一次方程与实际问题

【思想】函数思想

经典再现

5. 在“看图说故事”活动中，某学习小组结合图象设计了一个问题情境．

已知小亮所在学校的宿舍、食堂、图书馆依次在同一条直线上，食堂离宿舍0.7km，图书馆离宿舍1km．周末，小亮从宿舍出发，匀速走了7min到食堂；在食堂停留16min吃早餐后，匀速走了5min到图书馆；在图书馆停留30min借书后，匀速走了10min返回宿舍．给出的图象反映了这个过程中小亮离宿舍的距离 y km与离开宿舍的时间 x min之间的对应关系．



请根据相关信息，解答下列问题：

(1) 填表：

离开宿舍的时间/min	2	5	20	23	30
离宿舍的距离/km	0.2	_____	0.7	_____	_____

(2) 填空：

- ① 食堂到图书馆的距离为 _____ km；
- ② 小亮从食堂到图书馆的速度为 _____ km/min；
- ③ 小亮从图书馆返回宿舍的速度为 _____ km/min；
- ④ 当小亮离宿舍的距离为0.6km时，他离开宿舍的时间为 _____ min．

(3) 当 $0 \leq x \leq 28$ 时，请直接写出 y 关于 x 的函数解析式．

【答案】(1) 0.5；0.7；1

(2) ① 0.3

- ② 0.06
③ 0.1
④ 6或62

$$(3) \quad y = \begin{cases} \frac{x}{10} (0 \leq x < 7) \\ 0.7 (7 \leq x \leq 23) \\ \frac{3}{50}x - \frac{17}{25} (23 < x \leq 28) \end{cases}$$

【解析】(1) 设从宿舍到食堂的解析式为 $y = kx (0 \leq x < 7)$,

由函数图象可知经过 $(7, 0.7)$, 则有 $0.7 = 7k$, 解得 $k = \frac{1}{10}$,

故函数关系式为 $y = \frac{x}{10} (0 \leq x < 7)$,

当 $x = 5$ 时, 则 $y = \frac{5}{10} = 0.5$ (km),

由函数图象可知, 从第7分钟到第23分钟, 小亮停留在食堂, 故此时

$y = 0.7 (7 \leq x < 23)$, 从第23分钟开始到第28分钟小亮从食堂走到图书馆, 从第28分钟到第58分钟小亮停留在图书馆由图象可知, 第30分钟小亮在图书馆, 故此时离宿舍1km.

故:

离开宿舍的时间/min	2	5	20	23	30
离宿舍的距离/km	0.2	0.5	0.7	0.7	1

(2) ① 由函数图象可知:

食堂到图书馆的距离为 $1 - 0.7 = 0.3\text{km}$.

② 食堂到图书馆的速度为 $0.3 \div 5 = 0.06\text{km/min}$.

③ 小亮从图书馆返回宿舍的速度为: $1 \div (68 - 58) = 0.1\text{km/min}$.

④ 由(1)知, 小亮从宿舍到食堂的函数解析式为 $y = \frac{x}{10}$, 且由图象知距离

0.6km在去往食堂路上,

故 $0.6 = \frac{x}{10}$, 解得 $x = 6$ (min),

小亮返回宿舍时, 距离宿舍0.6km/时,

且由②知此时小亮速度为 0.1km/min ,

则 $\frac{0.6}{0.1} = 6$ (min),

故小亮离开宿舍的时间为 $68 - 6 = 62$ (min).

(3) 设从第23分钟到第28分钟函数解析式为 $y = ax + b$, 图象经过 $(23, 0.7)$, $(28, 1)$

,
代入则有

$$\begin{cases} 0.7 = 23a + b \\ 1 = 28a + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = \frac{3}{50} \\ b = -\frac{17}{25} \end{cases}$$

$$\text{故 } y = \frac{3}{50}x - \frac{17}{25} (23 < x \leq 28),$$

$$\text{由 (1) 知 } y = \frac{x}{10} (0 \leq x < 7),$$

$$\text{由图象知 } y = 0.7 (7 \leq x \leq 23),$$

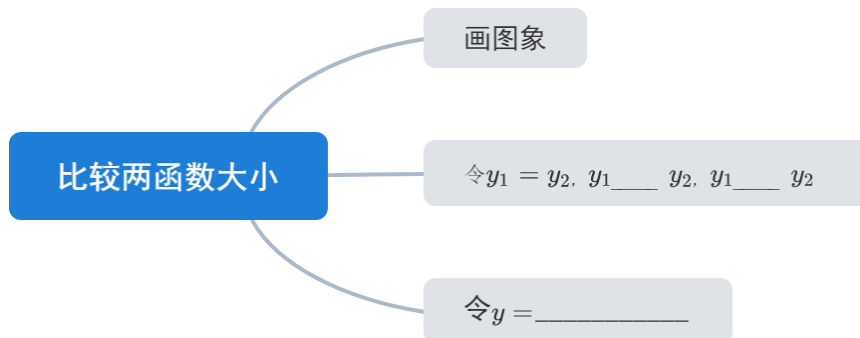
$$\text{故当 } 0 \leq x \leq 28 \text{ 时, } y = \begin{cases} \frac{x}{10} (0 \leq x < 7) \\ 0.7 (7 \leq x \leq 23) \\ \frac{3}{50}x - \frac{17}{25} (23 < x \leq 28) \end{cases}$$

【标注】【知识点】函数图象与实际问题

【重点强调】

2020年天津中考真题第23题，注意第(2)③双解，不要漏掉

二、方案选择问题



💡 教法备注

常见题型	解题思路
方案选择问题	1.列出函数关系式(注意范围问题) 2.分段比较两个函数的大小(三种方法) ①画图像,直接观察 y_1, y_2 大小 ②令 $y_1=y_2$, $y_1>y_2$, $y_1<y_2$, 计算出对应的自变量的范围, ③令 $y=y_1-y_2$, 再利用一次函数的增减性确定 y 的正负, 得到 y_1, y_2 的大小关系

典题精练

6. 甲、乙两店销售同一种蔬菜种子. 在甲店, 不论一次购买数量是多少, 价格均为4.5元/kg. 在乙店价格为5元/kg, 如果一次购买2kg以上的种子, 超出2kg部分的种子价格打8折.

设小明在同一个店一次购买种子的数量为 x kg ($x > 0$).

(1) 根据题意填表:

一次购买数量/kg	1.5	2	3.5	6	...
在甲店花费/元	6.75		15.75		...
在乙店花费/元	7.5		16		...

(2) 设在甲店花费 y_1 元, 在乙店花费 y_2 元, 分别求 y_1, y_2 关于 x 的函数解析式.

(3) 根据题意填空:

- ① 若小明在甲店和在乙店一次购买种子的数量相同, 且花费相同, 则他在同一个店一次购买种子的数量为 _____ kg.
- ② 若小明在同一个店一次购买种子的数量为3kg, 则他在甲、乙两个店中的 _____ 店购买花费少.
- ③ 若小明在同一个店一次购买种子花费了45元, 则他在甲、乙两个店中的 _____ 店购买数量多.

【答案】(1)

一次购买数量/kg	1.5	2	3.5	6	...
在甲店花费/元	6.75	9	15.75	27	...
在乙店花费/元	7.5	10	16	26	...

(2) $y_1 = 4.5x (x > 0)$, $y_2 = \begin{cases} 5x (0 < x \leq 2) \\ 4x + 2 (x > 2) \end{cases}$.

(3) ① 4

② 甲

③ 乙

【解析】(1) 在甲店购买2kg, 花费 $2 \times 4.5 = 9$ (元),

在甲店购买6kg, 花费 $6 \times 4.5 = 27$ (元),

在乙店购买2kg, 花费 $2 \times 5 = 10$ (元),

在乙店购买6kg, 花费

$$10 + 5 \times (6 - 2) \times 0.8$$

$$= 10 + 16$$

$$= 26 \text{ (元)} .$$

(2) $y_1 = 4.5x (x > 0)$,

当 $0 < x \leq 2$ 时, $y_2 = 5x$,

当 $x > 2$ 时,

$$y_2 = 5 \times 2 + 5 \times 0.8(x - 2)$$

$$= 10 + 4x - 8$$

$$= 4x + 2 ,$$

$$\therefore y_2 = \begin{cases} 5x (0 < x \leq 2) \\ 4x + 2 (x > 2) \end{cases} .$$

(3) ① 当 $0 < x \leq 2$ 时, $y_1 = 4.5x$, $y_2 = 5x$, $y_1 \neq y_2$,

当 $x > 2$ 时, $y_1 = 4.5x$, $y_2 = 4x + 2$,

$$4.5x = 4x + 2, 0.5x = 2, x = 4 ,$$

$\therefore$ 购买4kg时, 在两店花费相同 .

② 当 $x = 3$ 时, $y_1 = 4.5 \times 3 = 13.5$ (元),

$$y_2 = 4 \times 3 + 2 = 14 \text{ (元)} ,$$

$$\therefore y_1 < y_2 ,$$

$\therefore$ 在甲店花费少 .

③ 当 $y = 45$ 时,

$$\text{甲} : 4.5x = 45, x = 10 ,$$

$$\text{乙} : 4x + 2 = 45, 4x = 43, x = 10.75 ,$$

$\therefore$ 在乙店购买数量多 .

【标注】【思想】数形结合思想

【知识点】一元一次方程的和差倍分

【知识点】含乘方的有理数混合运算

【知识点】一次函数与一元一次方程

【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】函数解析式

【知识点】分段函数

【能力】分析和解决问题能力

【能力】运算能力

【重点强调】

2020年天津和平区初三一模第23题10分

7. 某电视机厂要印制产品宣传材料，甲印刷厂提出：每份材料收1元印制费，另需收取所有印制材料的制版费1500元，乙印刷厂提出：每份材料收2.5元印制费，不收制版费，设该电视厂在同一个印刷厂一次印刷时的数量为 x 份（ $x > 0$ ）。

（1）根据题意填表：

一次印制数量（份）	300	500	1500	...
甲印刷厂花费（元）		2000		...
乙印刷厂花费（元）		1250		...

（2）设在甲印刷厂花费 y_1 元，在乙印刷厂花费 y_2 元，分别求 y_1 ， y_2 关于 x 的函数解析式。

（3）根据题意填空：

- ① 若电视厂在甲印刷厂和在乙印刷厂一次印制宣传材料的数量相同，且花费相同，则该电视厂在同一个印刷厂一次印制材料的数量为 _____ 份。
- ② 印制800份宣传材料时，选择 _____ 印刷厂比较合算。
- ③ 电视机厂拟拿出3000元用于印制宣传材料，在 _____ 印刷厂印制宣传材料可以多一些。

【答案】（1）

一次印制数量（份）	300	500	1500	...
甲印刷厂花费（元）	1800	2000	3000	...
乙印刷厂花费（元）	750	1250	3750	...

（2） $y_1 = x + 1500$ （ $x > 0$ ）， $y_2 = 2.5x$ （ $x > 0$ ）。

（3）① 1000

② 乙

③ 甲

【解析】（1）甲印刷厂印制300份花费： $300 \times 1 + 1500 = 1800$ （元），

甲印刷厂印制1500份花费： $1500 \times 1 + 1500 = 3000$ （元），

乙印刷厂印制300份花费： $300 \times 2.5 = 750$ （元），

乙印刷厂印制1500份花费： $1500 \times 2.5 = 3750$ （元）。

(2) $y_1 = x + 1500$ ($x > 0$) ,

$$y_2 = 2.5x \text{ (} x > 0 \text{) .}$$

(3)① $y_1 = y_2$,

$$x + 1500 = 2.5x$$

$$1.5x = 1500$$

$$x = 1000 \text{ .}$$

② 当 $x = 800$ 时 ,

$$y_1 = 800 + 1500 = 2300 \text{ ,}$$

$$y_2 = 2.5 \times 800 = 2000 \text{ ,}$$

$$\therefore y_1 > y_2 \text{ ,}$$

$\therefore$ 选择乙印刷厂比较合算 .

③ 当 $y = 3000$ 时 ,

$$\text{甲 : } x + 1500 = 3000$$

$$x = 1500 \text{ ,}$$

$$\text{乙 : } 2.5x = 3000$$

$$x = 1200 \text{ ,}$$

$\therefore$ 在甲印刷厂印刷宣传材料可以多一些 .

【标注】【能力】运算能力

【能力】分析和解决问题能力

【知识点】根据条件写一次函数解析式

【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】一元一次方程的和差倍分

【知识点】一元一次方程的经济问题-其它

【思想】数形结合思想

【重点强调】

2020年天津津南区初三一模第23题10分

8. 某儿童游乐园推出两种门票收费方式：

方式一：购买会员卡，每张会员卡费用是200元，凭会员卡可免费进园5次，免费次数用完以后，每次进园凭会员卡只需10元；

方式二：不购买会员卡，每次进园是20元。（两种方式每次进园均指单人）设进园次数为 x （ x 为非负整数）。

（1）根据题意，填写下表：

进园次数（次）	5	10	20	...
方式一收费（元）	200		350	
方式二收费（元）		200		...

（2）设方式一收费 y_1 元，方式二收费 y_2 元，分别写出 y_1 ， y_2 关于 x 的函数关系式。

（3）当 $x > 30$ 时，哪种进园方式花费少？请说明理由。

【答案】（1）250；100；400。

（2）当 $0 \leq x \leq 5$ 时， $y_1 = 200$ ，当 $x > 5$ 时， $y_1 = 10x + 150$ ；
 $y_2 = 20x (x \geq 0)$ 。

（3）方式一，证明见解析。

【解析】（1）当 $x = 10$ 时，方式一收费： $200 + 10 \times (10 - 5) = 250$ （元），

当 $x = 5$ 时，方式二收费： $20 \times 5 = 100$ （元），

当 $x = 20$ 时，方式二收费： $20 \times 20 = 400$ （元）。

（2）当 $0 \leq x \leq 5$ 时， $y_1 = 200$ ；

当 $x > 5$ 时， $y_1 = 200 + (x - 5) \cdot 10$ 即 $y_1 = 10x + 150$ ，

$y_2 = 20x (x \geq 0)$ 。

（3）方式一花费少。

当 $x > 30$ 时，有 $y_1 = 10x + 150$ ， $y_2 = 20x$ 。

$\therefore y_1 - y_2 = 10x + 150 - 20x = -10x + 150$ 。

记 $y = -10x + 150$ 。

由 $-10 < 0$ ，有 y 随 x 的增大而减小，

又 $x = 30$ 时，有 $y = -150$ 。

$\therefore x > 30$ 时，有 $y < -150$ ，即 $y < 0$ 。

$\therefore y_1 < y_2$ ，

$\therefore$ 当 $x > 30$ 时，方式一花费少。

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

【重点强调】

2020年天津武清区初三一模第23题10分

9. 甲、乙两家商场平时以同样价格出售相同的商品，春节期间两家商场都让利酬宾，其中甲商场所有商品按8折出售，乙商场对一次购物中超过200元后的价格部分打7折，设原价购物金额累计为 x 元（ $x > 0$ ）。

（1）根据题意，填写下表：（单位：元）。

原价购物金额累计/元	130	300	700	...
甲商场实际购物金额/元	104		560	...
乙商场实际购物金额/元	130	270		...

（2）设在甲商场实际购物金额为 $y_{甲}$ 元，在乙商场实际购物金额为 $y_{乙}$ 元，分别写出 $y_{甲}$ ， $y_{乙}$ 关于 x 的函数解析式。

（3）根据题意填空：

- ① 若在同甲商场和在乙商场实际购物花费金额一样多，则在同一商场所购商品原价金额累计为 _____ 元。
- ② 若在同一商场购物，商品原价购物金额累计为800元，则在甲，乙两家商场中的 _____ 商场实际购物花费金少。
- ③ 若在同一商场实际购物金额为400元，则在甲，乙两家商场中的 _____ 商场商品原价购物累计金额多。

【答案】（1）

原价购物金额累计/元	130	300	700	...
甲商场实际购物金额/元	104	240	560	...
乙商场实际购物金额/元	130	270	550	...

（2） $y_{甲} = 0.8x$ （ $x > 0$ ）， $y_{乙} = x \begin{cases} x(0 < x \leq 200) \\ 0.7x + 60(x > 200) \end{cases}$ 。

（3）① 600

② 乙

③ 甲

【解析】(1) $300 \times 0.8 = 240$ (元) ,

$$200 + (700 - 200) \times 0.7$$

$$= 200 + 500 \times 0.7$$

$$= 200 + 350$$

$$= 550 \text{ (元) .}$$

(2) $y_{\text{甲}} = 0.8x$ ($x > 0$) ,

当 $0 < x \leq 200$ 时 ,

$$y_{\text{乙}} = x ,$$

当 $x > 200$ 时 ,

$$y_{\text{乙}} = 200 + 0.7(x - 200)$$

$$= 200 + 0.7x - 140$$

$$= 0.7x + 60 ,$$

$$\therefore y_{\text{乙}} = \begin{cases} x (0 < x \leq 200) \\ 0.7x + 60 (x > 200) \end{cases} .$$

(3) ① 当 $0 < x \leq 200$ 时 ,

$$y_{\text{甲}} = 0.8x , y_{\text{乙}} = x ,$$

$$\text{故 } y_{\text{甲}} \neq y_{\text{乙}} ,$$

当 $x > 200$ 时 ,

$$y_{\text{甲}} = 0.8x , y_{\text{乙}} = 0.7x + 60 ,$$

$$0.8x = 0.7x + 60 ,$$

$$0.1x = 60 ,$$

$$x = 600 ,$$

$\therefore$ 原价金额累计600元, 花费一样多 .

② 当 $x = 800$ 时 ,

$$y_{\text{甲}} = 800 \times 0.8 = 640 \text{ (元) ,}$$

$$y_{\text{乙}} = 0.7 \times 800 + 60 ,$$

$$= 560 + 60 ,$$

$$= 620 \text{ (元) ,}$$

$$\therefore 640 > 620 ,$$

$$\therefore y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}} ,$$

$\therefore$ 乙商场实际购物花费少 .

③ 当 $y = 400$ 时 ,

$$\text{甲 : } 0.8x = 400 ,$$

$$x = 500 \text{ (元) ,}$$

$$\text{乙} : 0.7x + 60 = 400 ,$$

$$0.7x = 340$$

$$x \approx 486 \text{ (元)} ,$$

$\therefore$ 甲商场原价购物累计金额多 .

【标注】【初升高知识点】一次函数

【重点强调】

2020年天津西青区初三一模第23题

10. 某剧院举行专场音乐会，成人票每张20元，学生票每张5元．暑假期间，为了丰富广大师生的业余文化生活，影剧院制定了两种优惠方案，方案一：购买一张成人票赠送一张学生票；方案二：按总价的90%付款．某校有4名老师带队，与若干名（不少于4人）学生一起听音乐会．设学生人数为 x 人， $x \geq 4$ （ x 为整数）．

（1）根据题意填表：

学生人数/人	4	10	20	...
方案一付款金额/元	80	110		...
方案二付款金额/元	90	117		...

（2）设方案一付款总金额为 y_1 元，方案二付款总金额为 y_2 元，分别求 y_1 ， y_2 关于 x 的函数解析式．

（3）根据题意填空：

- ① 若用两种方案购买音乐会的花费相同，则听音乐会的学生有 _____ 人．
- ② 若有60名学生听音乐会，则用方案 _____ 购买音乐会票的花费少．
- ③ 若用一种方案购买音乐会票共花费了450元，则用方案 _____ 购买音乐会票，使听音乐的学生人数多．

【答案】（1）160；162．

$$\text{（2）} y_1 = 5x + 60 ,$$

$$y_2 = 4.5x + 72 .$$

（3）① 24

② 二

③ 二

【解析】（1）由题意可知，当学生人数为20人时，

$$\text{方案一付款金额为：} 4 \times 20 + (20 - 4) \times 5 = 160 \text{ (元)} ;$$

$$\text{方案二付款金额为：} (4 \times 20 + 20 \times 5) \times 0.9 = 162 \text{ (元)} .$$

$$(2) y_1 = 20 \times 4 + 5(x - 4) = 5x + 60,$$

$$y_2 = 0.9 \times (20 \times 4 + 5x) = 4.5x + 72.$$

(3) ① 由题意得： $y_1 = y_2$ 时，
 $5x + 60 = 4.5x + 72$ ，解得： $x = 24$ 。
 故答案为：24。

② 当 $x = 60$ 时，
 $y_1 = 5 \times 60 + 60 = 360$ ，
 $y_2 = 4.5 \times 60 + 72 = 342$ ，
 $\therefore 360 > 342$ ，
 $\therefore$ 用方案二购买音乐会票的花费少。

③ 当 $y_1 = 5x + 60 = 450$ 时， $x = 78$ ，
 当 $y_2 = 4.5x + 72 = 450$ 时， $x = 84$ ，
 $\therefore 78 < 84$ ，
 $\therefore$ 用方案二购买音乐会票，学生人数更多。

【标注】【思想】函数思想

【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】一元一次方程的方案选择问题

【能力】分析和解决问题能力

【能力】运算能力

【重点强调】

2020年天津津南区初三一模第23题10分

11. 某公司要购买一种笔记本供员工学习时使用，在甲文具店不管一次购买多少本，每本价格为2元，在乙文具店购买同样的笔记本，一次购买数量不超过20时，每本价格为2.4元；一次购买数量超过20时，超过部分每本价格为1.8元。

设在同一家文具店一次购买这种笔记本的数量为 x （ x 为非负整数）。

(1) 根据题意，填写下表：

一次购买数量（本）	10	20	30	40	...
甲文具店付款金额（元）	20		60		...
乙文具店付款金额（元）	24		66		...

(2) 设在甲文具店购买这种笔记本的付款金额为 y_1 元，在乙文具店购买这种笔记本的付款金额为 y_2 元，分别写出 y_1 ， y_2 关于 x 的函数关系式。

(3) 当 $x \geq 50$ 时, 在哪家文具店购买这种笔记本的花费少? 请说明理由.

【答案】 (1) 40, 80; 48, 84.

(2) $y_1 = 2x (x \geq 0)$;

$$y_1 = \begin{cases} 2.4x & (0 \leq x \leq 20) \\ 2.4 \times 20 + 1.8(x - 20) & (x > 20) \end{cases}.$$

(3) 当 $50 \leq x < 60$ 时, 在甲文具店购买这种笔记本的花费少,

当 $x = 60$ 时, 两家文具店花费一样多,

当 $x > 60$ 时, 在乙文具店购买这种笔记本的花费少.

【解析】 (1) 由题意可得,

当购买 20 本时, 甲文具店需要付款: $2 \times 20 = 40$ (元), 乙文具店需要付款:

$$2.4 \times 20 = 48 \text{ (元)},$$

当购买 40 本时, 甲文具店需要付款: $2 \times 40 = 80$ (元), 乙文具店需要付款:

$$2.4 \times 20 + 1.8 \times (40 - 20) = 84 \text{ (元)},$$

故答案为: 40, 80; 48, 84.

(2) 由题意可得,

$$y_1 = 2x (x \geq 0);$$

$$y_1 = \begin{cases} 2.4x & (0 \leq x \leq 20) \\ 2.4 \times 20 + 1.8(x - 20) & (x > 20) \end{cases}.$$

(3) 令 $2x = 2.4 \times 20 + 1.8(x - 20)$,

解得, $x = 60$,

$\therefore$ 当 $50 \leq x < 60$ 时, 在甲文具店购买这种笔记本的花费少,

当 $x = 60$ 时, 两家文具店花费一样多,

当 $x > 60$ 时, 在乙文具店购买这种笔记本的花费少.

【标注】【能力】运算能力

【思想】函数思想

【知识点】一次函数与实际问题

【重点强调】

2020年天津西青区初三二模第23题10分

 经典再现

12. 甲、乙两个批发店销售同一种苹果, 在甲批发店, 不论一次购买数量是多少, 价格均为 6 元/kg. 在乙批发店, 一次购买数量不超过 50kg 时, 价格为 7 元/kg; 一次购买数量超过 50kg 时, 其中有

50kg的价格仍为7元/kg，超过50kg部分的价格为5元/kg．设小王在同一个批发店一次购买苹果的数量为 x kg($x > 0$)．

(1) 根据题意填表：

一次购买数量/kg	30	50	150	...
甲批发店花费/元		300		...
乙批发店花费/元		350		...

(2) 设在甲批发店花费 y_1 元，在乙批发店花费 y_2 元，分别求 y_1 , y_2 关于 x 的函数解析式．

(3) 根据题意填空．

- ① 若小王在甲批发店和在乙批发店一次购买苹果的数量相同，且花费相同，则他在同一个批发店一次购买苹果的数量为 _____ kg ．
- ② 若小王在同一个批发店一次购买苹果的数量为120kg，则他在甲、乙两个批发店中的 _____ 批发店购买花费少．
- ③ 若小王在同一批发店一次购买苹果花费了360元，则他在甲、乙两个批发店中的 _____ 批发店购买数量多．

【答案】 (1) 180 , 900 , 210 , 850 ．

(2) $y_1 = 6x(x > 0)$,

$y_2 = 7x(0 < x \leq 50)$,

$y_2 = 7 \times 50 + (x - 50) \times 5 = 5x + 100(x > 50)$ ．

(3) ① 100

② 乙

③ 甲

【解析】 (1) 由题意可得：

在甲批发店购买30kg 需要付款 $30 \times 6 = 180$ (元) ,

在甲批发店购买150kg , 需要付款 $150 \times 6 = 900$ (元) ,

在乙批发店购买30kg 需要付款 $30 \times 7 = 210$ (元) ,

在乙批发店购买150kg 需要付款 $50 \times 7 + (150 - 50) \times 5 = 850$ (元) ．

(2) 由题意可得：

$y_1 = 6x(x > 0)$,

$y_2 = 7x(0 < x \leq 50)$,

$y_2 = 7 \times 50 + 5(x - 50) = 5x + 100(x > 50)$ ．

(3) ① $6x = 5x + 100$

$$x = 100 .$$

- ② 购买甲批发店120kg 需要花费 $120 \times 6 = 720$ (元) ,
 购买乙批发店120kg 需要花费 $5 \times 120 + 100 = 700$ (元) ,
 故选乙批发店 .

- ③ 在甲店可以购买
 $360 = 6x$
 $x = 60$,
 在乙店可以购买 $360 > 350$,
 $360 = 5x + 100$
 $260 = 5x$
 $x = 52$
 $60 > 52$, 故选甲 .

【标注】【知识点】有理数与实际问题

【知识点】一元一次方程与实际问题

【知识点】一次函数与实际问题

【能力】运算能力

【能力】分析和解决问题能力

【思想】方程思想

【重点强调】

2019年天津中考真题第23题10分

13. 用A4纸复印文件，在甲复印店不管一次复印多少页，每页收费0.1元，在乙复印店复印同样的文件，一次复印页数不超过20时，每页收费0.12元；一次复印页数超过20时，超过部分每页收费0.09元 .

设在同一家复印店一次复印文件的页数为 x (x 为非负整数) .

- (1) 根据题意，填写下表：

一次复印页数 (页)	5	10	20	30	...
甲复印店收费 (元)	0.5		2		...
乙复印店收费 (元)	0.6		2.4		...

- (2) 设在甲复印店收费 y_1 元，在乙复印店复印收费 y_2 元，分别写出 y_1 ， y_2 关于 x 的函数关系式 .
 (3) 当 $x > 70$ 时，顾客在哪家复印店复印花费少？请说明理由 .

【答案】 (1) 1 , 3 , 1.2 , 3.3 .

$$(2) \begin{cases} y_1 = 0.1x (x \geq 0) , \\ y_2 = \begin{cases} 0.12x (0 \leq x \leq 20) \\ 0.09x + 0.6 (x > 20) \end{cases} . \end{cases}$$

(3) 当 $x > 70$ 时 , 顾客在乙复印店复印花费少 .

【解析】 (1) 当复印页数为10页时 , 甲复印店收费为 $10 \times 0.1 = 1$ (元) .

乙复印店因不超过20页 , 所以收费为 $10 \times 0.12 = 1.2$ (元) .

当复印页数为30页时 , 甲复印店收费依然为0.1元/页 . $30 \times 0.1 = 3$ (元) .

乙复印店超过20页 , 超过部分每页收费0.09元 ,

所以收费为 $20 \times 0.12 + 0.09 \times (30 - 20) = 3.3$ (元) .

故答案为 : 1 , 3 ; 1.2 , 3.3 .

$$(2) y_1 = 0.1x (x \geq 0) ,$$

$0 \leq x \leq 20$ 时 ,

$$y_2 = 0.12x ,$$

$x > 20$ 时 ,

$$y_2 = 0.12 \times 20 + 0.09(x - 20) ,$$

$$\text{即 } y_2 = 0.09x + 0.6 ,$$

$$\text{故 } y_2 = \begin{cases} 0.12x (0 \leq x \leq 20) \\ 0.09x + 0.6 (x > 20) \end{cases} .$$

(3) 顾客在乙复印店复印花费少 ,

$$\text{当 } x > 70 \text{ 时 , 有 } y_1 = 0.1x , y_2 = 0.09x + 0.6 ,$$

$$\therefore y_1 - y_2 = 0.1x - (0.09x + 0.6) = 0.01x - 0.6 ,$$

记 $y = 0.01x - 0.6$, 由 $0.01 > 0$, 有 y 随 x 的增大而增大 ,

又 $x = 70$ 时 , 有 $y = 0.1$,

$$\therefore x > 70 \text{ 时 , 有 } y > 0.1 , \text{ 即 } y > 0 ,$$

$$\therefore y_1 > y_2 ,$$

$\therefore$ 当 $x > 70$ 时 , 顾客在乙复印店复印花费少 .

【标注】 【能力】分析和解决问题能力

【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】一次函数的解析式

【思想】函数思想

【重点强调】

2017年天津中考真题第23题10分

14. 某游泳馆每年夏季推出两种游泳付费方式，方式一：先购买会员证，每张会员证100元，只限本人当年使用，凭证游泳每次再付费5元，方式二：不购买会员证，每次游泳付费9元，设小明计划今年夏季游泳次数为 x (x 为正整数)。

(1) 根据题意，填写下表：

游泳次数	10	15	20	...	x
方式一的总费用(元)	150	175	_____	...	_____
方式二的总费用(元)	90	135	_____	...	_____

- (2) 若小明计划今年夏季游泳的总费用为270元，选择哪种付费方式，他游泳的次数比较多？
 (3) 当 $x > 20$ 时，小明选择哪种付费方式更合算？并说明理由。

【答案】 (1) 200; $5x + 100$; 180; $9x$

(2) 小明选择方式一游泳次数比较多。

(3) 当 $x = 25$ 时，小明选择这两种方式一样划算，
 当 $20 < x < 25$ 时，小明选择方式二更划算，
 当 $x > 25$ 时，小明选择方式一更划算。

【解析】 (1) $100 + 20 \times 5 = 200$, $5x + 100$, $20 \times 9 = 180$, $9x$ 。

(2) 方式一： $5x + 100 = 270$,

解得 $x = 34$,

方式二： $9x = 270$,

解得 $x = 30$,

$\therefore 34 > 30$

$\therefore$ 小明选择方式一游泳次数比较多。

(3) 设方式一与方式二的总费用的差为 y 元，

则 $y = (5x + 100) - 9x$,

即 $y = -4x + 100$,

当 $y = 0$ 时，即 $-4x + 100 = 0$ ，得 $x = 25$ ，

$\therefore$ 当 $x = 25$ 时，小明选择这两种方式一样划算，

$\therefore -4 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $20 < x < 25$ 时，有 $y > 0$ ，小明选择方式二更划算；

当 $x > 25$ 时，小明选择方式一更划算。

【标注】【能力】分析和解决问题能力

【思想】函数思想

【重点强调】

2018年天津中考真题第23题10分

三、方案设计问题

方案设计问题

特点：当一个问题中含有多个变量时，可以分析这些变量的关系，选取其中某个变量作为_____，然后根据所给的条件寻求可以反映实际问题的函数，再利用_____选择最优方案，_____直接决定方案的选择。

常见题型：调配问题，利润问题，分段计价问题等

教法备注

【特点】当一个问题中含有多个变量时，可以分析这些变量的关系，选取其中某个变量作为自变量，然后根据所给的条件寻求可以反映实际问题的函数，再利用函数的性质选择最优方案，自变量的取值范围直接决定方案的选择。

【常见题型】调配问题，利润问题

常见题型	解题思路
方案设计问题	1.结合图标列出函数关系式 2.结合题目根据题目中的不等关系，计算出自变量的取值范围，再结合一次函数的增减性求出最值

典题精练

15. 某科技公司在甲地、乙地分别生产了17台、15台同一种型号的检测设备，全部运往大运会赛场A、B两馆，其中运往A馆18台、运往B馆14台，运往A、B两馆的运费如下表：

出发地 目的地	甲地	乙地
A馆	800元/台	700元/台
B馆	500元/台	600元/台

- (1) 设甲地运往A馆的设备有 x 台，请填写下表，并求出总运费 y （元）与 x （台）的函数关系式。

出发地 目的地	甲地	乙地
A馆	x (台)	_____ (台)
B馆	_____ (台)	_____ (台)

(2) 要使总运费不高于20200元, 请你帮助该公司设计调配方案, 并写出有哪几种方案.

(3) 当 x 为多少时, 总运费最小, 最小值是多少?

【答案】 (1) $y = 200x + 19300$ ($3 \leq x \leq 17$ 且为整数).

(2) 该公司的调配方案共有2种:

方案一: 甲地运往A馆3台, B馆14台, 乙地运往A馆15台, B馆0台.

方案二: 甲地运往A馆4台, B馆13台, 乙地运往A馆14台, B馆1台.

(3) $x = 3$ 时, 总运费最小为19900元.

【解析】 (1) 如下表所示:

出发地 目的地	甲地	乙地
A馆	x (台)	$18 - x$ (台)
B馆	$17 - x$ (台)	$x - 3$ (台)

$$y = 800x + 700(18 - x) + 500(17 - x) + 600(x - 3),$$

$$\text{整理可得, } y = 200x + 19300,$$

$$\text{其中 } x \text{ 满足 } \begin{cases} x \geq 0 \\ 18 - x \geq 0 \\ 17 - x \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}, \text{ 且 } x \text{ 为整数.}$$

$$\text{解得 } 3 \leq x \leq 17, \text{ 且 } x \text{ 为整数.}$$

$$\therefore \text{总运费 } y \text{ (元) 与 } x \text{ (台) 的函数解析式为 } y = 200x + 19300 \text{ (} 3 \leq x \leq 17 \text{ 且 } x \text{ 为整数) .}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知 } y = 200x + 19300,$$

$$\therefore \text{运费不高于 } 20200.$$

$$\therefore y \leq 20200.$$

$$\text{即 } 200x + 19300 \leq 20200,$$

$$\text{解得 } x \leq \frac{9}{2}.$$

$$\therefore 3 \leq x \leq 17 \text{ 且 } x \text{ 为整数,}$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } 4.$$

$\therefore$ 该公司的调配方案共有2种:

方案一: 甲地运往A馆3台, B馆14台, 乙地运往A馆15台, B馆0台.

方案二：甲地运往A馆4台，B馆13台，乙地运往A馆14台，B馆1台。

(3) 当 $x = 3$ 时， $y = 200 \times 3 + 19300 = 19900$ 。

$\therefore x = 3$ 时，总运费最小为19900元。

【标注】【知识点】整式加减

16. 某学校计划组织500人参加社会实践活动，与某公交公司接洽后，得知该公司有A、B型两种客车，它们的载客量和租金如表所示：

	A型客车	B型客车
载客量（人/辆）	45	28
租金（元/辆）	400	250

经测算，租用A、B型客车共13辆较为合理，设租用A型客车 x 辆，根据要求回答下列问题：

(1) 用含 x 的代数式填写下表：

	车辆数（辆）	载客量（人）	租金（元）
A型客车	x	$45x$	$400x$
B型客车	$13 - x$	_____	_____

(2) 采用怎样的租车方式可以使总的租车费用最低，最低为多少？

【答案】(1) $364 - 28x$ ； $3250 - 250x$

(2) A车8辆，B车5辆，费用为4450。

【解析】(1) 载客量 $28(13 - x) = 364 - 28x$

租金 $250(13 - x) = 3250 - 250x$

(2) 能容纳的人数至少要有500人

$45x + 364 - 28x \geq 500$

$x \geq 8$

租金为 $400x + 3250 - 250x = 150x + 3250$

当 $x = 8$ 时有最小值，4450元。

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

【重点强调】

2017年天津东丽区初三一模第23题10分

17.

某服装公司有A型童装80件，B型童装120件，分配给下属的“万达”和“万象城”两个专卖店销售，其中140件给万达店，60件给万象城店，且都能卖完，两商店销售这两种童装每件的利润（元）如表：

	A型利润（元）	B型利润（元）
万达店	100	80
万象城店	80	90

（1）设分配给万达店A型产品 x 件（ $20 \leq x \leq 80$ ），请在下表中用含 x 的代数式填写：

	A型分配量（件）	B型分配量（件）
万达店	x	_____
万象城店	_____	_____

若记这家服装公司卖出这200件产品的总利润为 y （元），求 y 关于 x 的函数关系。

（2）现要求总利润不低于18140元，请说明有多少种不同分配方案，并写出各种分配方案。

【答案】（1） $140 - x$ ； $80 - x$ ； $x - 20$ ；函数关系式是 $y = 30x + 15800$ （ $20 \leq x \leq 80$ ）。

（2）分配方案有三种：

方案一：给万达店A型产品78件，B型产品62件，给万象城店A型产品2件，B型产品58件；

方案二：给万达店A型产品79件，B型产品61件，给万象城店A型产品1件，B型产品59件；

方案三：给万达店A型产品80件，B型产品60件，给万象城店A型产品0件，B型产品60件。

【解析】（1）设分配给万达店A型产品 x 件（ $20 \leq x \leq 80$ ），填表如下：

	A型分配量（件）	B型分配量（件）
万达店	x	$140 - x$
万象城店	$80 - x$	$x - 20$

若记这家服装公司卖出这200件产品的总利润为 y （元），

则 $y = 100x + 80(140 - x) + 80(80 - x) + 90(x - 20)$ ，

整理，得 $y = 30x + 15800$ 。

即 y 关于 x 的函数关系式是 $y = 30x + 15800$ （ $20 \leq x \leq 80$ ）。

故答案为： $140 - x$ ； $80 - x$ ； $x - 20$ 。

（2）由题意，可得 $30x + 15800 \geq 18140$ ，

解得 $x \geq 78$ 。

$\because 20 \leq x \leq 80$ ，

$$\therefore 78 \leq x \leq 80,$$

$\because x$ 是整数,

$$\therefore x = 78, 79, 80.$$

$\therefore$ 分配方案有三种:

方案一: 给万达店 A 型产品 78 件, B 型产品 62 件, 给万象城店 A 型产品 2 件, B 型产品 58 件;

方案二: 给万达店 A 型产品 79 件, B 型产品 61 件, 给万象城店 A 型产品 1 件, B 型产品 59 件;

方案三: 给万达店 A 型产品 80 件, B 型产品 60 件, 给万象城店 A 型产品 0 件, B 型产品 60 件.

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】不等式组的方案选择问题

【能力】分析和解决问题能力

【重点强调】

2020 年天津东丽区初三一模第 23 题 10 分

过关斩将

18. A 市和 B 市分别有库存某种机器 12 台和 6 台, 现决定支援 C 市 10 台, D 市 8 台. 已知从 A 市调运一台机器到 C 市、D 市的运费分别为 400 元和 800 元; 从 B 市调运一台机器到 C 市、D 市的运费分别为 300 元和 500 元.

(1) 设从 B 市运往 C 市机器 x 台, 填写下表.

表一:

B 市运往 C 市机器的数量/台	1	x
B 市运往 D 市机器的数量/台	5	
A 市运往 C 市机器的数量/台	9	
A 市运往 D 市机器的数量/台	3	

表二:

B 市运往 C 市机器的数量/台	1	x
B 市运往 C 市机器的运费/台	300	
B 市运往 D 市机器的运费/台	500	
A 市运往 C 市机器的运费/台	400	
A 市运往 D 市机器的运费/台	800	

(2) 求使总运费最低的调运方案, 最低总运费是多少?

【答案】 (1) 答案为: $6-x$, $10-x$, $2+x$; $300x$, $500(6-x)$, $400(10-x)$, $800(2+x)$.

(2) 使总运费最低的调运方案是B市运往C市0台, B市运往D市6台, A市运往C市10台, A市运往D市2台, 最低总运费为8600元.

【解析】 (1) 表一: $\because$ B市有6台机器, 运往C市 x 台,

$\therefore$ B市运往D市机器的数量为 $6-x$ 台,

$\therefore$ 支援C市10台, $\therefore$ A市运往C市机器的数量为 $10-x$ 台,

$\therefore$ A市运往D市机器的数量为 $12-(10-x)=2+x$ 台.

故答案为: $6-x$, $10-x$, $2+x$.

表二: $\because$ 从B市调运一台机器到C市、D市的运费分别为300元和500元,

$\therefore$ 从B市调运机器到C市、D市的总运费分别为 $300x$ 元和 $500(6-x)$ 元,

又从A市调运一台机器到C市、D市的运费分别为400元和800元,

$\therefore$ 从A市调运机器到C市、D市的运费分别为 $400(10-x)$ 元和 $800(2+x)$ 元.

故答案为: $300x$, $500(6-x)$, $400(10-x)$, $800(2+x)$.

(2) 从B市运往C市机器 x 台时, 总运费为,

$$y = 300x + 500(6-x) + 400(10-x) + 800(2+x) = 200x + 8600;$$

$\therefore$ B市运往D市 $(6-x)$ 台,

$$\therefore 0 \leq x \leq 6,$$

此时 $10-x > 0$,

$$y = 200x + 8600$$

$$\therefore 200 > 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时, y 取得最小值,

y 的最小值是8600.

答: 使总运费最低的调运方案是B市运往C市0台, B市运往D市6台, A市运往C市10台, A市运往D市2台, 最低总运费为8600元.

【标注】 【知识点】 列代数式

【知识点】 一次函数与实际问题的应用

【能力】 运算能力

【重点强调】

19. 某校计划租用汽车送234名学生和6名教师集体外出活动，每辆汽车上至少要有1名教师，租车费用不超过2300元．

现有甲、乙两种大客车，它们的载客量和租金如下：

	甲种客车	乙种客车
载客量/(人/辆)	45	30
租金/(元/辆)	400	280

为给出最节省费用的租车方案，请先帮小明完成分析，再解决问题．

小明的分析：

- (1) 可以先考虑共需租多少辆车，从乘车人数的角度出发，要注意到以下要求：

①要保证240名师生都有车坐．

②要使每辆汽车上至少有1名教师．

根据①可知，汽车总数不能少于_____；根据②可知，汽车总数不能大于_____；综合起来可知汽车总数为_____．

- (2) 设租用甲种客车 x 辆(x 为非负整数)，试填写下表：

车型	甲	乙
数量/(辆)	x	_____
载客人数/(人)	$45x$	_____
费用/(元)	$400x$	_____

- (3) 请给出租车费用最节省的方案．

【答案】 (1) 6; 6; 6

(2) $6-x$; $30(6-x)$; $280(6-x)$

(3) 租车费用最节省的方案是租甲种车4辆，乙种车2辆．

【解析】 (1) $(234+6) \div 45 = 5\frac{1}{3}$ ，

所以，汽车总数不能少于6辆，

$\because$ 每辆汽车上至少要有1名教师，共有教师6名，

$\therefore$ 汽车总数不能大于6，

综合起来考虑可知汽车总数为6．

(2) $6-x$; $30(6-x)$; $280(6-x)$ ．

(3) 根据题意，得
$$\begin{cases} 45x + 30(6-x) \geq 234 + 6 \\ 400x + 280(6-x) \leq 2300 \end{cases}$$

解得 $4 \leq x \leq \frac{31}{6}$ ．

$$\text{租车费用 } y = 400x + 280(6 - x) = 120x + 1680 .$$

$$\text{即 } y = 120x + 1680 \left(4 \leq x \leq \frac{31}{6}, \text{ 且 } x \text{ 为整数} \right) .$$

$$\because 120 > 0 ,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大 ,

$\therefore$ 当 $x = 4$ 时租车费用最少 .

答：租车费用最节省的方案是租甲种车4辆，乙种车2辆 .

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

【重点强调】

2019年天津和平区初三一模第23题10分

20. “五一”期间，为了满足广大人民的消费需求，某商店计划用160000元购进一批家电．这批家电的进价和售价如下表：

类别	彩电	冰箱	洗衣机
进价	2000	1600	1000
售价	2200	1800	1100

(1) 若全部资金用来购买彩电和洗衣机共100台，问商家可以购买彩电和洗衣机各多少台？

(2) 若在现有资金160000元允许的范围内，购买上表中三类家电共100台，其中彩电台数和冰箱台数相同．且购买洗衣机的台数不超过购买彩电的台数，请你算一算有几种进货方案？哪种进货方案能使商店销售完这批家电获得的利润最大？并求出最大利润．

【答案】 (1) 60台，40台．

(2) 共有四种进货方案，当 $a = 37$ 时，有最大利润17400．

【解析】 (1) 设商店购买彩电 x 台，则购买洗衣机 $(100 - x)$ 台．

$$\text{由题意，得 } 2000x + 1000(100 - x) = 160000 ,$$

$$\text{解得 } x = 60 ,$$

$$\text{则洗衣机为： } 100 - x = 40 \text{ (台)} ,$$

所以，商店可以购买彩电60台，洗衣机40台．

(2) 设购买彩电 a 台，则

$$\begin{cases} 2000a + 1600a + 1000(100 - 2a) \leq 160000 \\ 100 - 2a \leq a, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \frac{100}{3} \leq a \leq 37.5 ,$$

$\therefore a$ 为整数，

$$\therefore a = 34, 35, 36, 37,$$

即共有四种进货方案.

设商店销售完毕后获得利润为 ω 元,

$$\text{则 } \omega = 200a + 10000,$$

$$\because 200 > 0,$$

$\therefore \omega$ 随 a 的增大而增大,

$$\therefore \text{当 } a = 37 \text{ 时, } \omega = 17400.$$

【标注】【知识点】一次函数与一元一次不等式

【知识点】一次函数与实际问题

【能力】运算能力

经典再现

21. 公司有330台机器需要一次性运送到某地, 计划租用甲、乙两种货车共8辆. 已知每辆甲种货车一次最多运送机器45台、租车费用为400元, 每辆乙种货车一次最多运送机器30台、租车费用为280元.

(1) 设租用甲种货车 x 辆 (x 为非负整数), 试填写下表.

表一:

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135		
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150		

表二:

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元		2800	
租用乙种货车的费用/元		280	

(2) 给出能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案, 并说明理由.

【答案】(1) 表一:

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135	315	$45x$
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150	30	$-30x + 240$

表二：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元	1200	2800	$400x$
租用乙种货车的费用/元	1400	280	$-280x + 2240$

(2) 能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲种货车6辆，乙种货车2辆。

【解析】(1) 由题意可得，

在表一中，当甲车7辆时，运送的机器数量为： $45 \times 7 = 315$ （台），

则乙车 $8 - 7 = 1$ 辆，运送的机器数量为： $30 \times 1 = 30$ （台），

当甲车 x 辆时，运送的机器数量为： $45 \times x = 45x$ （台），

则乙车 $(8 - x)$ 辆，运送的机器数量为： $30 \times (8 - x) = -30x + 240$ （台），

在表二中，当租用甲货车3辆时，租用甲种货车的费用为： $400 \times 3 = 1200$ （元），

则租用乙种货车 $8 - 3 = 5$ 辆，租用乙种货车的费用为： $280 \times 5 = 1400$ （元），

当租用甲货车 x 辆时，租用甲种货车的费用为： $400 \times x = 400x$ （元），则租用乙种

货车 $(8 - x)$ 辆，租用乙种货车的费用为： $280 \times (8 - x) = -280x + 2240$

（元），

∴表格为：

表一：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135	315	$45x$
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150	30	$-30x + 240$

表二：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元	1200	2800	$400x$
租用乙种货车的费用/元	1400	280	$-280x + 2240$

(2) 能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲车6辆，乙车2辆，

理由：当租用甲种货车 x 辆时，设两种货车的总费用为 y 元，

则两种货车的总费用为： $y = 400x + (-280x + 2240) = 120x + 2240$ ，

又： $45x + (-30x + 240) \geq 330$ ，解得 $x \geq 6$ ，

∵ $120 > 0$ ，

∴在函数 $y = 120x + 2240$ 中， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x = 6$ 时， y 取得最小值，

即能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲种货车6辆，乙种货车2辆．

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】一次函数与一元一次不等式

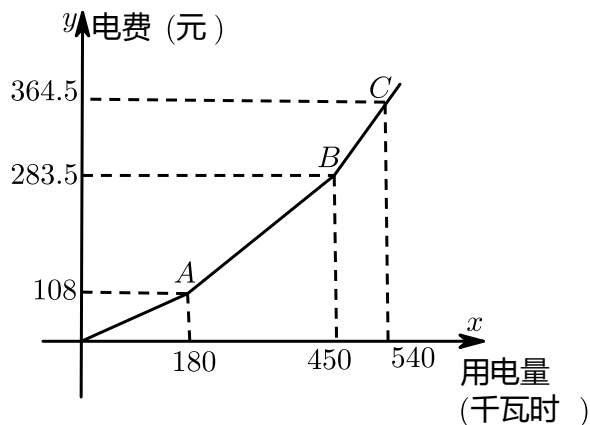
【能力】数据处理能力

【重点强调】

2016年天津中考真题第23题10分

四、其他

22. 为了响应国家节能减排的号召，鼓励市民节约用电，我市从2012年7月1日起，居民用电实行“一户一表”的“阶梯电价”，分三个档次收费，第一档是用电量不超过180千瓦时实行“基本电价”，第二、三档实行“提高电价”，具体收费情况如右折线图，请根据图象回答下列问题．



- (1) 当用电量是180千瓦时时，电费是 _____ 元．
- (2) 第二档的用电量范围是 _____ ．
- (3) “基本电价”是 _____ 元/千瓦时．
- (4) 小明家8月份的电费是328.5元，这个月他家用电多少千瓦时？

【答案】(1) 108

(2) $108 < x \leq 450$

(3) 0.6

(4) 这个月他家用电500千瓦时．

【解析】(1) 由函数图象，得：当用电量为180千瓦时，电费为：108元．

(2) 由函数图象，得：设第二档的用电量为 x 千瓦时，则 $108 < x \leq 450$ ．

(3) 基本电价是： $108 \div 180 = 0.6$.

(4) 设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ，由图象，得：

$$\begin{cases} 364.5 = 540k + b \\ 283.5 = 450k + b \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} k = 0.9 \\ b = -121.5 \end{cases}$

$$y = 0.9x - 121.5 .$$

$$y = 328.5 \text{ 时 ,}$$

$$x = 500 .$$

答：这个月他家用电500千瓦时 .

【标注】【知识点】由函数图象求函数的值

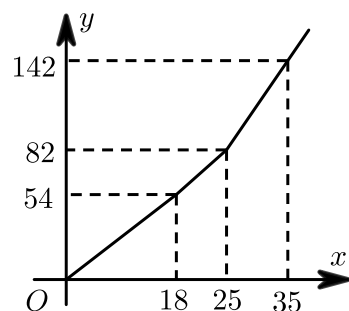
23. 某市居民用水实行以户为单位的三级阶梯收费办法：

第一级：居民每户每月用水18吨以内含18吨，每吨收水费 a 元；

第二级：居民每户每月用水超过18吨但不超过25吨，未超过18吨的部分按照第一级标准收费，超过部分每吨收水费 b 元；

第三级：居民每户每月用水超过25吨，未超过25吨的部分按照第一、二级标准收费，超过部分每吨收水费 c 元 .

设一户居民月用水 x 吨，应缴水费 y 元， y 与 x 之间的函数关系如图所示 .



(1) 根据图象直接作答： $a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$.

(2) 求当 $x \geq 25$ 时， y 与 x 之间的函数关系式 .

(3) 把上述水费阶梯收费办法称为方案①，假设还存在方案②：居民每户月用水一律按照每吨4元的标准缴费 . 当居民每户月用水超过25吨时，请你根据居民每户月用水量的大小设计出对居民缴费最实惠的方案 .

【答案】 (1) 3; 4; 6

(2) $y = 6x - 68$.

(3) 当 $25 < x < 34$ 时，方案①实惠；

当 $x = 34$ 时，方案①与②一样实惠；

当 $x > 34$ 时，方案②实惠．

【解析】(1) $a = \frac{54}{18} = 3$ ，

$$b = \frac{82 - 54}{25 - 18} = 4，$$

$$c = \frac{142 - 82}{35 - 25} = 6．$$

$$\therefore a = 3, b = 4, c = 6．$$

(2) 设 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

$$\text{则} \begin{cases} 25k + b = 82 \\ 35k + b = 142 \end{cases}．$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 6 \\ b = -68 \end{cases}．$$

$$\therefore y = 6x - 68．$$

$\therefore$ 当 $x \geq 25$ 时， y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 6x - 68$ ．

(3) 当 $x > 25$ 时，方案①中 $y = 6x - 68$ ，方案②中 $y = 4x$ ．

$$\text{当 } 6x - 68 > 4x \text{ 时，}$$

$$2x > 68，$$

$$x > 34．$$

$$\text{当 } 6x - 68 = 4x \text{ 时，}$$

$$x = 34．$$

$$\text{当 } 6x - 68 < 4x \text{ 时，}$$

$$2x < 68，$$

$$x < 34．$$

$\therefore$ 当 $25 < x < 34$ 时，方案①实惠；

当 $x = 34$ 时，方案①与②一样实惠；

当 $x > 34$ 时，方案②实惠．

【标注】【能力】运算能力

【知识点】一次函数与实际问题

【重点强调】

2019年天津和平区初三一模第23题10分