

第3讲圆的基础定理

一、垂径定理

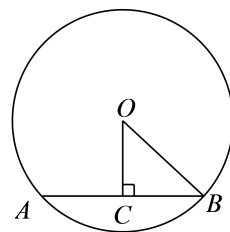
垂径定理

垂径定理：垂直于弦的直径_____，并且平分_____.

推论：平分弦（不是直径）的直径_____，并且平分_____.

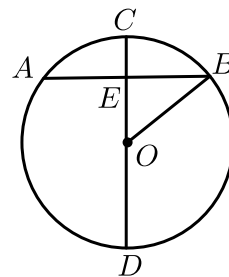
典题精炼

1. 如图，在半径为5cm的 $\odot O$ 中，弦 $AB = 6\text{cm}$ ， $OC \perp AB$ 于点 C ，则 $OC = ()$.



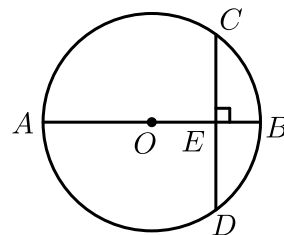
- A. 3cm B. 4cm C. 5cm D. 6cm

2. 如图， $\odot O$ 的直径 CD 垂直弦 AB 于点 E ，且 $CE = 2$ ， $DE = 8$ ，则 AB 的长为 $()$.

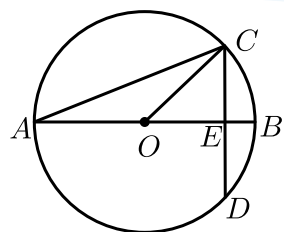


- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

3. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，已知 $CD = 6$ ， $EB = 1$ ，则 $\odot O$ 的半径为_____.

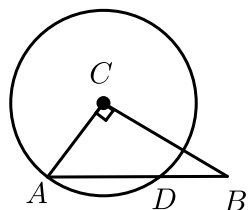


4. 如图， $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD ，垂足为 E ， $\angle A = 15^\circ$ ，半径为2，则弦 CD 的长为 $()$.



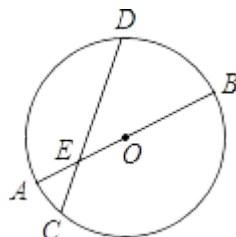
- A. 2 B. -1 C. $\sqrt{2}$ D. 4

5. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，以点 C 为圆心， CA 为半径的圆与 AB 交于点 D ，则 AD 的长为（ ）。

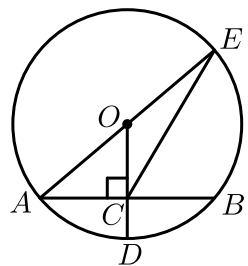


- A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{21}{5}$ C. $\frac{18}{5}$ D. $\frac{5}{2}$

6. 如图， $\odot O$ 的直径 AB 和弦 CD 相交于 E ，若 $AE = 2\text{cm}$ ， $BE = 6\text{cm}$ ， $\angle CEA = 30^\circ$ ，求 CD 的长。

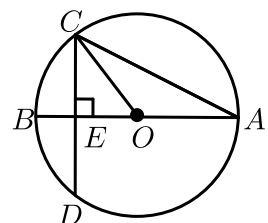


7. 如图， $\odot O$ 的半径 $OD \perp$ 弦 AB 于点 C ，连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 E ，连接 EC 。若 $AB = 8$ ， $CD = 2$ ，求 EC 的长。



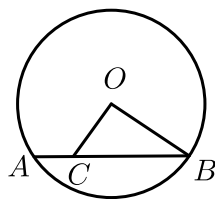
过关斩将

8. 如图， $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD ，垂足为 E ， $\angle A = 22.5^\circ$ ， $OC = 4$ ，则 CD 的长为（ ）。



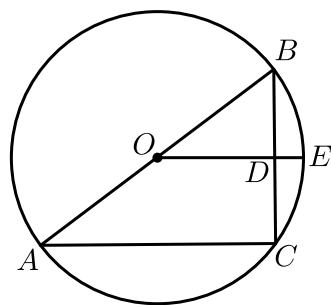
- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $4\sqrt{2}$ D. 8

9. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 弦 $AB = 2\sqrt{3}$, 点 C 在弦 AB 上, $AC = \frac{1}{4}AB$, 则 OC 的长为 ().



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

10. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 是弦, 点 E 是 $\widehat{BC}$ 的中点, OE 交 BC 于点 D . 连接 AC , 若 $BC = 6$, $DE = 1$, 则 AC 的长为 ____.



二、弧、弦、圆心角的关系定理

弧、弦、圆心角的关系定理

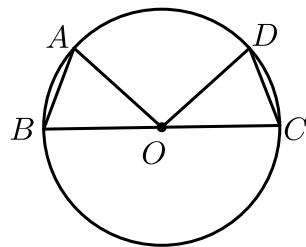
在同圆或等圆中, 相等圆心角所对的_____, 所对的_____.

在同圆或等圆中, 如果两条弧相等, 那么它们所对的_____, 所对的_____.

在同圆或等圆中, 如果两条弦相等, 那么它们所对的_____, 所对的_____.

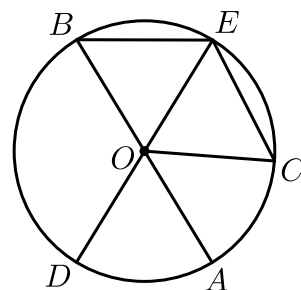
典题精炼

11. 如图, 已知在 $\odot O$ 中, BC 是直径, $\widehat{AB} = \widehat{DC}$, $\angle AOD = 100^\circ$, 则 $\angle ABC$ 等于 ().



- A. 50° B. 60° C. 40° D. 70°

12. 如图, AB, DE 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上的一点, 且 $\widehat{AD} = \widehat{CE}$.

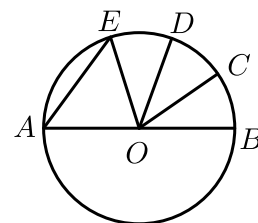


(1) 求证: $BE = CE$.

(2) 若 $\angle B = 50^\circ$, 求 $\angle AOC$ 的度数.

过关斩将

13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$, $\angle COD = 34^\circ$, 则 $\angle AEO$ 的度数是 ().



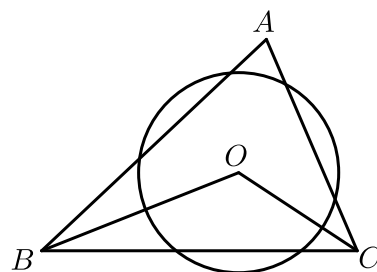
A. 51°

B. 56°

C. 68°

D. 78°

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 70^\circ$, $\odot O$ 截 $\triangle ABC$ 的三边所截得的弦都相等, 则 $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、圆周角定理

圆周角定理

圆周角定理: 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的_____.

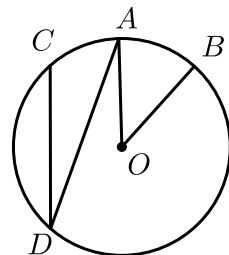
推论1: 同弧或等弧所对的_____相等.

推论2: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是_____.

圆内接四边形性质: 圆内接四边形的对角_____.

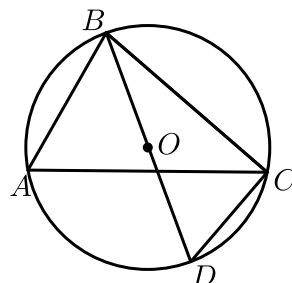
 典题精炼

15. 如图, 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\angle AOB = 40^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数是().



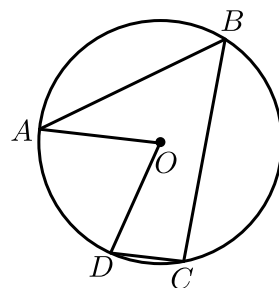
- A. 15° B. 20° C. 30° D. 40°

16. 如图, BD 是 $\odot O$ 的直径, $\angle CBD = 30^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是().



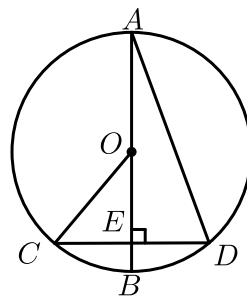
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

17. 如图, A 、 B 、 C 、 D 四个点均在 $\odot O$ 上, $\angle AOD = 70^\circ$, $AO \parallel DC$, 则 $\angle B$ 的度数为().



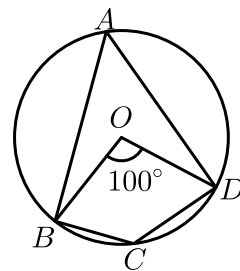
- A. 40° B. 45° C. 50° D. 55°

18. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, CD 是弦, $AB \perp CD$, 垂足为 E , 连接 CO , AD , $\angle BAD = 20^\circ$, 则下列说法正确的是().

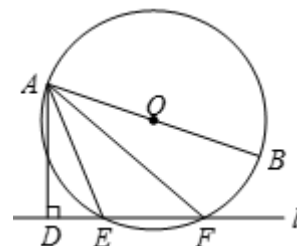


- A. $AD = 2OB$ B. $CE = EO$ C. $\angle OCE = 40^\circ$ D. $\angle BOC = 2\angle BAD$

19. 如图，四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形，已知 $\angle BOD = 100^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为（ ）。



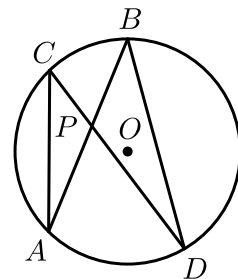
- A. 50° B. 80° C. 100° D. 130°
20. 如图，已知直线 l 与 $\odot O$ 相交于点 E 、 F ， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AD \perp l$ 于点 D ，若 $\angle DAE = 22^\circ$ ，则 $\angle BAF$ 的大小为（ ）。



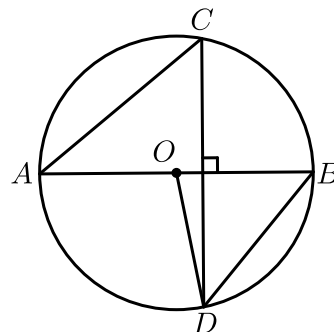
- A. 12° B. 18° C. 22° D. 30°

过关斩将

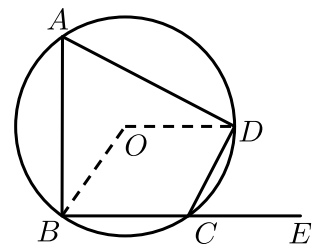
21. 如图， $\odot O$ 中，弦 AB 、 CD 相交于点 P ，若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle APD = 70^\circ$ ，则 $\angle B$ 等于（ ）。



- A. 30° B. 35° C. 40° D. 50°
22. 如图，线段 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ， $\angle CAB = 40^\circ$ ，则 $\angle ABD$ 与 $\angle AOD$ 分别等于（ ）。

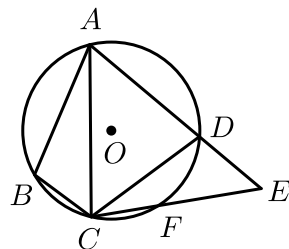


- A. $40^\circ, 80^\circ$ B. $50^\circ, 100^\circ$ C. $50^\circ, 80^\circ$ D. $40^\circ, 100^\circ$
23. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于圆 O ，若 $\angle BOD = 138^\circ$ ，则它的一个外角 $\angle DCE$ 的度数为（ ）。



- A. 138° B. 69° C. 52° D. 42°

24. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， F 是 $\widehat{CD}$ 上一点，且 $\widehat{DF} = \widehat{BC}$ ，连接 CF 并延长交 AD 的延长线于点 E ，连接 AC 。若 $\angle ABC = 105^\circ$ ， $\angle BAC = 25^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数为（ ）。



- A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

四、切线的性质与判定

切线的性质与判定

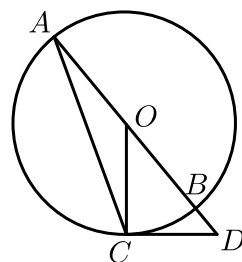
切线的判定定理：经过半径的_____并且垂直于_____是圆的切线。

切线的性质定理：圆的切线垂直于_____。

切线长定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长_____，这一点和圆心的连接平分_____。

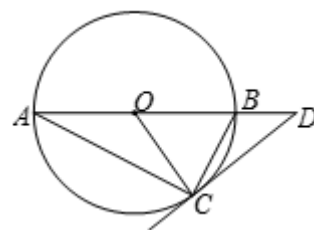
典题精炼

25. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 D ，连接 OC 、 AC ，若 $\angle D = 50^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是（ ）。

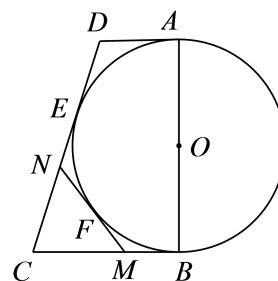


- A. 20° B. 25° C. 40° D. 50°

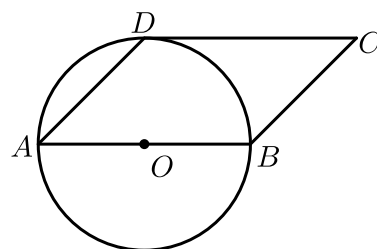
26. 如图，圆 O 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 25^\circ$ ，过点 C 作圆 O 的切线，交 AB 的延长线于点 D ，则 $\angle D$ 的度数是（ ）。



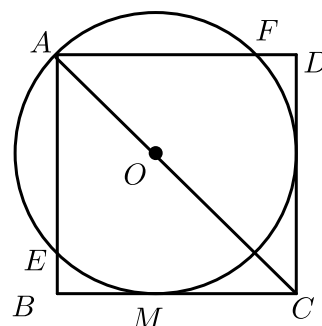
- A. 60° B. 50° C. 40° D. 25°
27. 如图，四边形 $ABCD$ 中， AD 平行 BC ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AD = 2$ ， $AB = 6$ ，以 AB 为直径的半圆 O 切 CD 于点 E 。 F 为弧 BE 上一动点，过 F 点的直线 MN 为半圆 O 的切线， MN 交 BC 于 M ，交 CD 于 N ，则 $\triangle MCN$ 的周长为（ ）。



- A. 9 B. 10 C. $3\sqrt{11}$ D. $2\sqrt{23}$
28. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\angle C = 45^\circ$ ，以 AB 为直径的圆 O 经过点 D ，求证： CD 是圆 O 的切线。



29. 如图，已知 O 是正方形 $ABCD$ 对角线上一点，以 O 为圆心、 OA 长为半径的圆 O 与 BC 相切于 M ，与 AB 、 AD 分别相交于 E 、 F 。



(1) 求证： CD 与 $\odot O$ 相切．

(2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为1，求 $\odot O$ 的半径．

30. 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径， $OC \perp AB$ ，弦 DC 与 OB 交于点 F ，在直线 AB 上有一点 E ，连接 ED ，且有 $ED = EF$ ．

(1) 如图1，求证 ED 为 $\odot O$ 的切线．

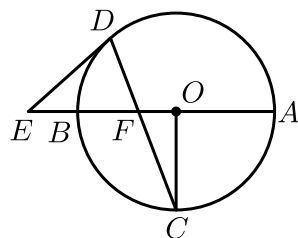


图 1

(2) 如图2，直线 ED 与切线 AG 相交于 G ，且 $OF = 1$ ， $\odot O$ 的半径为3，求 AG 的长．

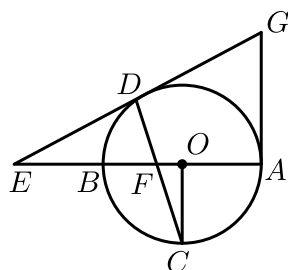
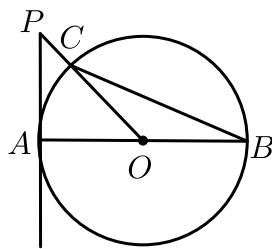


图 2

过关斩将

31. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，直线 PA 与 $\odot O$ 相切于点 A ， PO 交 $\odot O$ 于点 C ，连接 BC ．若 $\angle P = 40^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为（ ）．



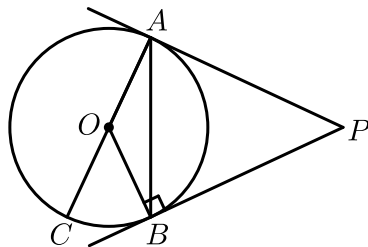
A. 20°

B. 25°

C. 40°

D. 50°

32. 如图， PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线， A 、 B 为切点， AC 是 $\odot O$ 的直径， $\angle P = 50^\circ$ ，则 $\angle BAC =$ _____．



经典再现

33. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 CD 与 AB 相交， $\angle BAC = 38^\circ$ 。

(1) 如图①，若 D 为 $\widehat{AB}$ 的中点，求 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的大小。

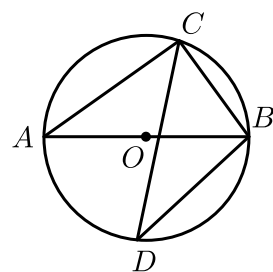


图 ①

(2) 如图②，过点 D 作 $\odot O$ 的切线，与 AB 的延长线交于点 P ，若 $DP \parallel AC$ ，求 $\angle OCD$ 的大小。

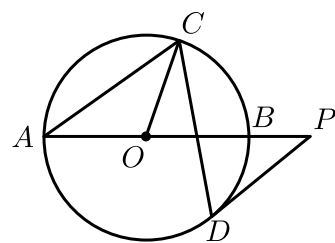


图 ②