

综合复习（二）

一、 旋转

1. 旋转的性质

1、旋转三要素：① _____

② _____

③ _____

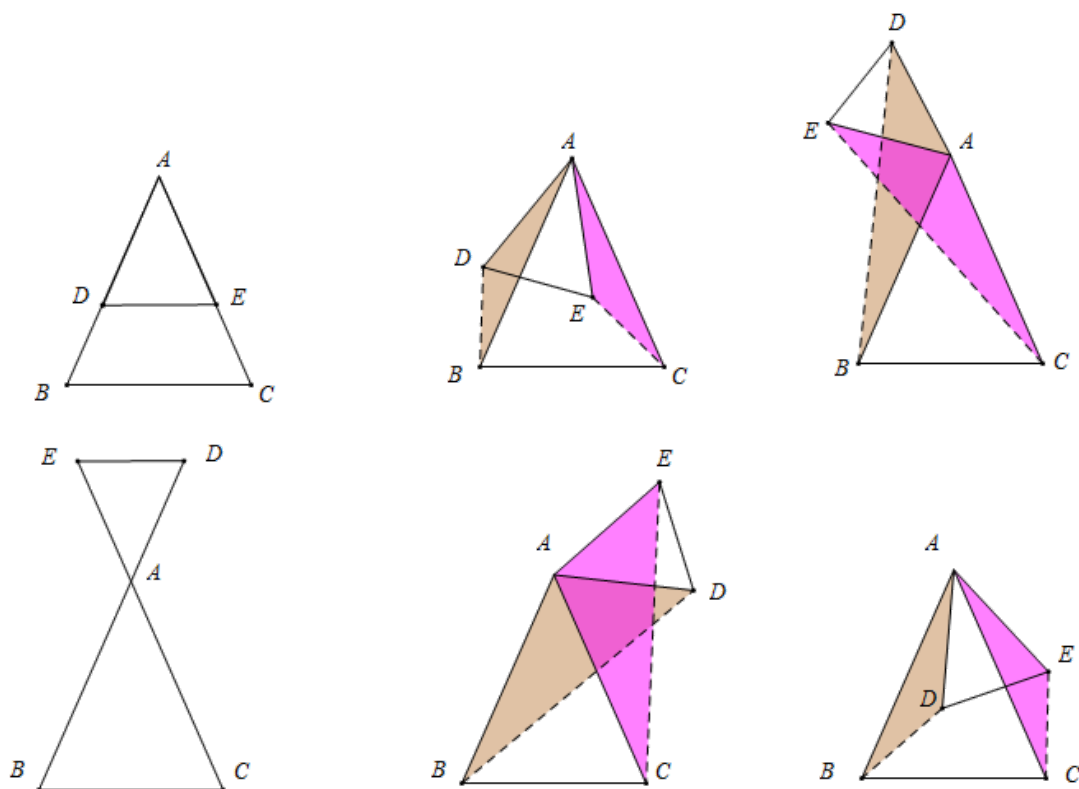
2、旋转性质：①对应点到旋转中心的距离_____。

②对应点与旋转中心所连线段的夹角都等于_____。

③旋转前后图形_____。

2. 手拉手模型

已知等腰 $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ，过 AB 边上的一点 D 作 BC 边的平行线 DE 交 AC 于 E ，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转一周。



依题可知：

由A点引发了两个共顶点的等腰三角形，大手_____，小手_____，
大手拉小手，通过“_____”可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

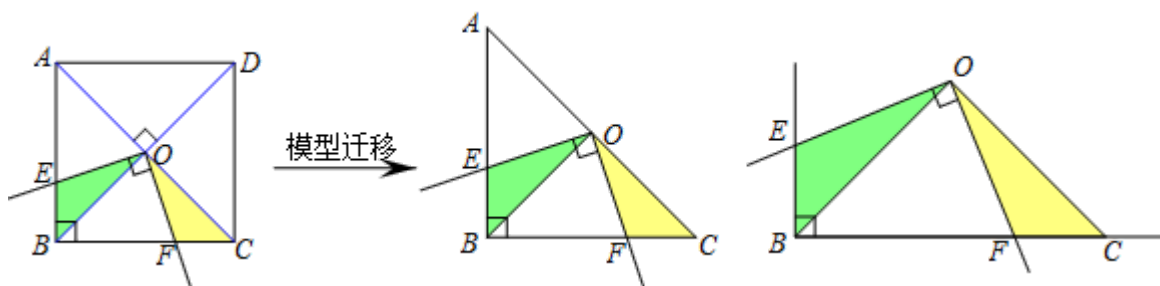
！结论：

无论旋转多少度，1、_____，

2、BD、CE所形成的夹角有一角等于_____。

3. 对角互补模型

如图，正方形ABCD，对角线AC、BD交于点O， $\angle EOF = 90^\circ$ ，与正方形的两边分别交于点E、F。



！结论：

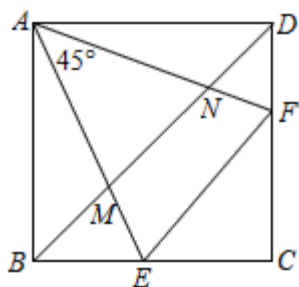
① $\triangle BOE \cong$ _____， $\triangle AOE \cong$ _____。

② $OE =$ _____， $EF =$ _____。

③ $S_{\text{四边形} OEBF} =$ _____。

4. 角含半角模型

已知正方形ABCD， $\angle EAF = 45^\circ$ 。



【结论】

- ① $EF =$ _____；
- ② $MN^2 =$ _____；
- ③ AE平分_____，AF平分_____；
- ④ 点A到EF的距离=_____。

栗子

1. 下列图形中，是轴对称图形而不是中心对称图形的是（ ）。

A.



B.



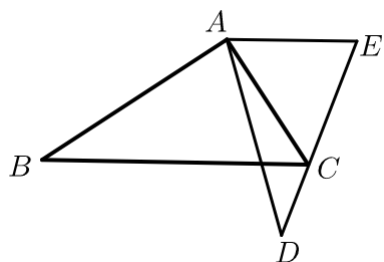
C.



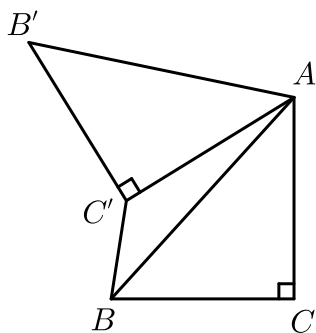
D.



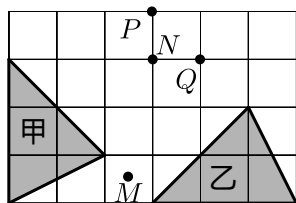
2. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转一定角度，得到 $\triangle ADE$ ，此时点 C 恰好在线段 DE 上，若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle CAE = 60^\circ$ ，则 $\angle DAC$ 的度数为（ ）。



- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°
3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = \sqrt{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 到 $\triangle AB'C'$ 的位置，连接 $C'B$ ，则 $C'B =$ _____。



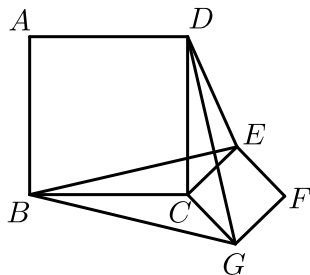
4. 如图，在 6×4 方格纸中，格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙，则其旋转中心是（ ）。



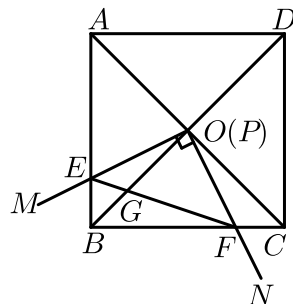
- A. 格点 M B. 格点 N C. 格点 P D. 格点 Q

栗子

5. 如图，正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 边长分别为 a 和 b ，正方形 $CEFG$ 绕点 C 旋转，给出下列结论：① $BE = DG$ ；② $BE \perp DG$ ；③ $DE^2 + BG^2 = 2a^2 + 2b^2$ ，其中正确结论是 _____（填序号）



6. 如图，边长为1的正方形 $ABCD$ 有对角线 AC 、 BD 相交于 O ，有直角 $\angle MPN$ ，使直角顶点 P 与点 O 重合，直角边 PM 、 PN 分别与 OA 、 OB 重合，然后逆时针旋转，旋转角为 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)， PM 、 PN 分别交 AB 、 BC 于 E 、 F 两点，连接 EF 交 OB 于点 G 。

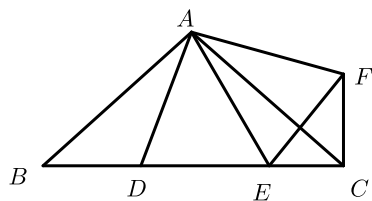


- (1) 求四边形 $OEBF$ 的面积。
- (2) 若 $OG \cdot OB = \frac{1}{3}$ ，求 EF 的长。
- (3) 在旋转过程中，当 $\triangle BEF$ 与 $\triangle COF$ 的面积之和最大时，求 AE 的长。

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle B = \angle ACB = 45^\circ$ ， D 、 E 是斜边 BC 上两点，且 $\angle DAE = 45^\circ$ ，过点 A 作 $AF \perp AD$ ，垂足是 A ，过点 C 作 $CF \perp BC$ ，垂足是 C ，交 AF 于点 F ，连接 EF ，下列结论：

- ① $\triangle ABD \cong \triangle ACF$ ；
- ② $DE = EF$ ；
- ③ 若 $S_{\triangle ADE} = 10$ ， $S_{\triangle CEF} = 4$ ，则 $S_{\triangle ABC} = 24$ ；
- ④ $BD + CE = DE$ 。

其中正确的有 () 个。



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

二、圆

1. 垂径定理

垂径定理：垂直于弦的直径平分____，并且平分弦所对的_____。

垂径定理推论：平分弦（不是直径）的直径_____于弦，并且_____弦所对的两条弧。

2. 圆周角定理

圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的_____等于这条弧所对的_____。

圆内接四边形的性质：圆的内接四边形_____。

3. 圆的切线

切线的判定定理：经过_____的外端并且_____于这条半径的直线是圆的切线。

证明一条直线是圆的切线有两个思路：①若给出直线与圆有公共点：_____；

②若没给直线与圆的交点：_____。

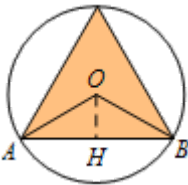
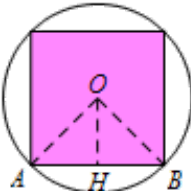
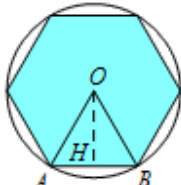
切线性质定理：圆的切线_____于过切点的半径。

推论1：经过圆心且垂直于切线的直线必经过_____。

推论2：经过切点且垂直于切线的直线必经过_____。

切线长定理：从圆外一点可以引圆的两条切线，它们的_____，这一点和圆心的连线_____两条切线的夹角。

4. 与圆有关的计算

	正三角形	正方形	正六边形
图形			
边心距：半径：边长	1：2：2√3	1：√2：2	√3：2：2

弧长公式：_____。

扇形面积公式： $S_{\text{扇形}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

利用扇形的弧长的计算公式有：

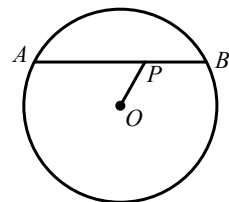
$S_{\text{扇形}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（ l 是这个扇形的_____）

圆锥的侧面积为 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

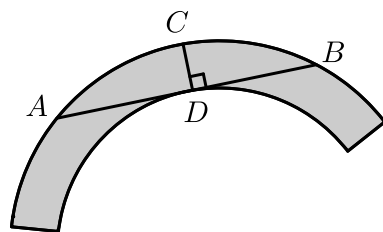
圆锥的全面积为 $S_{\text{全}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

设这个展开的扇形圆心角为 n° ，圆锥的侧面积还可以表示为 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

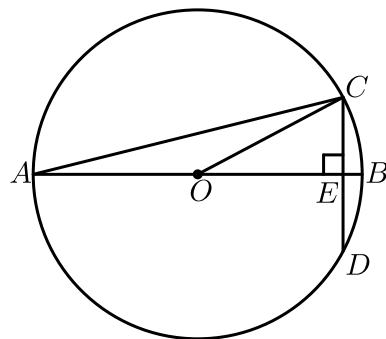
8. 如图, AB 为 $\odot O$ 的弦, P 为 AB 上一点, 且 $PA = 8$, $PB = 6$, $OP = 4$, 则 $\odot O$ 的半径为 _____ .



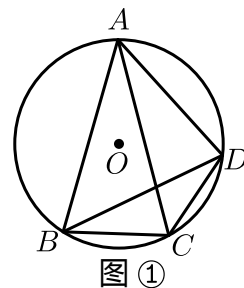
9. 如图是一个圆环形黄花梨木摆件的残片, 为求其外圆的半径, 小林在外圆上任取一点 A , 然后过点 A 作 AB 与残片的内圆相切于点 D , 作 $CD \perp AB$ 交外圆于点 C , 测得 $CD = 15\text{cm}$, $AB = 60\text{cm}$, 则这个摆件的外圆半径是 _____ cm .



10. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 如果 $\angle A = 15^\circ$, 弦 $CD = 4$, 那么 AB 的长是 _____ .



11. 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AB = AC$, $\angle ABC = 75^\circ$, D 是 $\odot O$ 上的点 .
(1) 如图①, 求 $\angle ADC$ 和 $\angle BDC$ 的大小 .



- (2) 如图②, $OD \perp AC$, 垂足为 E , 求 $\angle ODC$ 的大小 .

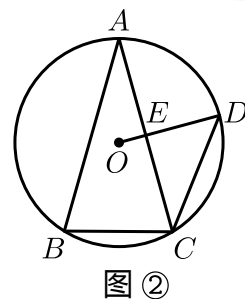
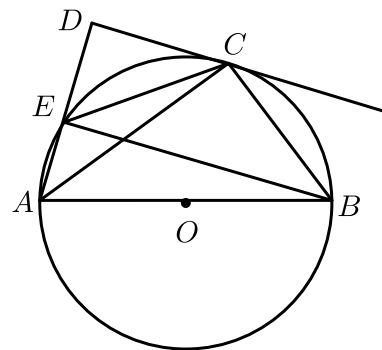


图 ②

栗子

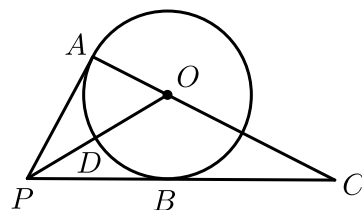
12. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 切 $\odot O$ 于点 C ， AD 交 $\odot O$ 于点 E ， AC 平分 $\angle BAD$ ，连接 BE 。



(1) 求证： $CD \perp ED$ 。

(2) 若 $CD = 4$ ， $AE = 2$ ，求 $\odot O$ 的半径。

13. 如图， PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线， A 、 B 为切点，连接 AO 并延长，交 PB 的延长线于点 C ，连接 PO ，交 $\odot O$ 于点 D 。



(1) 求证： $\angle APO = \angle CPO$ 。

(2) 若 $\odot O$ 的半径为3， $OP = 6$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，求 PC 的长。

栗子

14. 若正方形的边长为6，则其外接圆半径与内切圆半径的大小分别为（ ）。

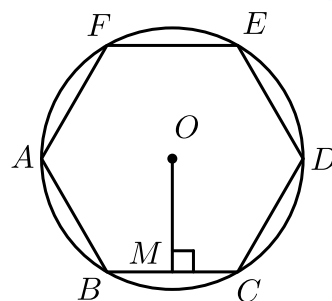
A. 6, $3\sqrt{2}$

B. $3\sqrt{2}$, 3

C. 6, 3

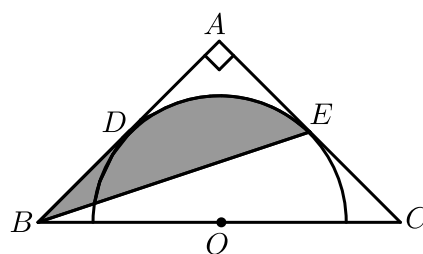
D. $6\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$

15. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，半径为4，则这个正六边形的边心距 OM 和 $\widehat{BC}$ 的长分别为（ ）。



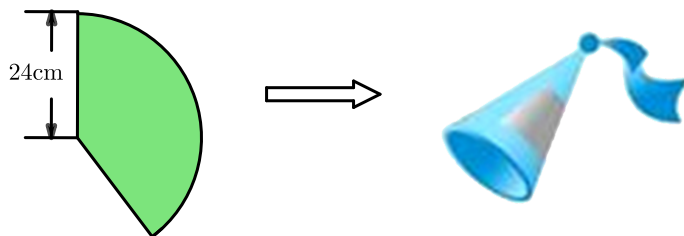
- A. $2, \frac{\pi}{3}$ B. $2\sqrt{3}, \pi$
 C. $\sqrt{3}, \frac{2\pi}{3}$ D. $2\sqrt{3}, \frac{4\pi}{3}$

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ，点 O 是边 BC 的中点，半圆 O 与 $\triangle ABC$ 相切于点 D 、 E ，则阴影部分的面积等于（ ）。



- A. $1 - \frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$
 C. $1 - \frac{\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{8}$

17. 小刚用一张半径为24cm的扇形纸板做一个如图所示的圆锥形小丑帽子侧面（接缝忽略不计），如果做成的圆锥形小丑帽子的底面半径为10cm，那么这张扇形纸板的面积是 _____ cm^2 。



三、相似三角形

1. 相似三角形的定义

相似三角形的定义：_____的两个三角形叫做相似三角形。

2. 相似三角形的判定

相似三角形的判定：

① _____于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似。

- ② _____ 的两个三角形相似 .
- ③ _____ 且 _____ 的两个三角形相似 .
- ④ _____ 的两个三角形相似 .

3. 相似三角形的性质

相似三角形的性质：

- 1、相似三角形的对应角 _____ , 对应边 _____ , 都等于 _____
- 2、相似三角形对应 _____ 的比、对应 _____ 的比、对应 _____ 的比以及 _____ 之比都等于相似比
- 3、相似三角形面积的比等于 _____

4. 相似三角形模型

反A字模型：

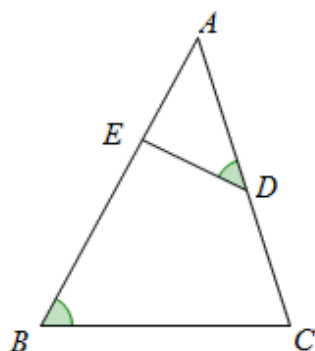


图1

图1中, $\angle ADE = \angle B$, 则 _____ $\sim$ _____ , _____ .

反“8”字模型：

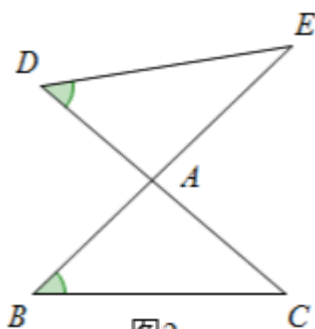


图2

图2中, $\angle B = \angle D$, 则 _____ $\sim$ _____ , _____ .

双垂直模型：

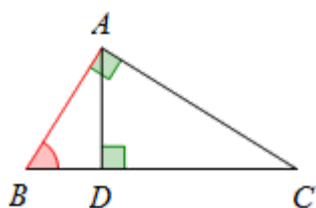


图2

如图2, $\angle BAC = \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, 则 _____ $\sim$ _____ $\sim$ _____

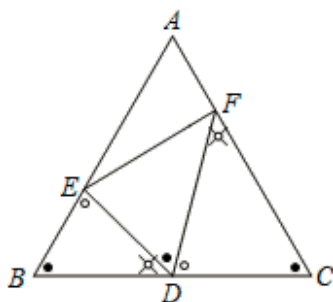
_____ $\sim$ _____, _____, 即 _____

_____ $\sim$ _____, _____, 即 _____

_____ $\sim$ _____, _____, 即 _____

同时利用等面积可知: _____

以等腰三角形为背景的“一线三等角”相似模型:

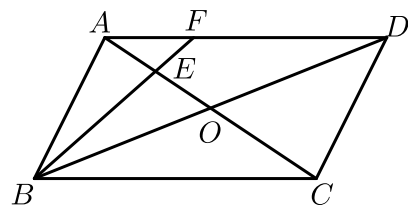


(1) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle B = \angle EDF = \angle C$, 则 _____ $\sim$ _____.

(2) 特别地, 若点D是BC的中点, 那么还有 _____ $\sim$ _____ $\sim$ _____.

栗子

18. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC, BD 相交于点 O , 点 E 是 OA 的中点, 连接 BE 并延长交 AD 于点 F , 已知 $S_{\triangle AEF} = 4$, 则下列结论: ① $\frac{AF}{FD} = \frac{1}{2}$. ② $S_{\triangle BCE} = 36$. ③ $S_{\triangle ABE} = 12$. ④ $\triangle AEF \sim \triangle ACD$, 其中一定正确的是 ().



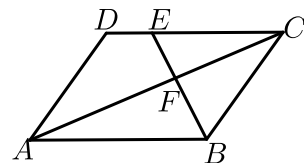
A. ①②③④

B. ①④

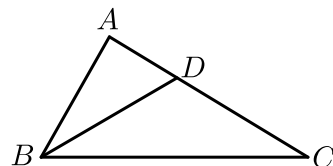
C. ②③④

D. ①②③

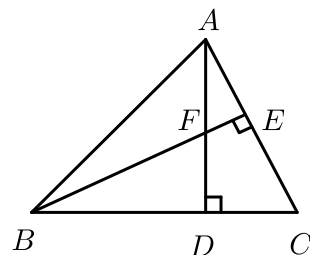
19. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 DC 上, 连接 BE 交对角线 AC 于点 F , 若 $DE : EC = 1 : 3$, 则 $S_{\triangle EFC} : S_{\triangle BFA} =$ _____.



20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 2\angle C$, BD 平分 $\angle ABC$, 且 $AD = \sqrt{2}$, $BD = 2\sqrt{2}$, 求 AB 的值.



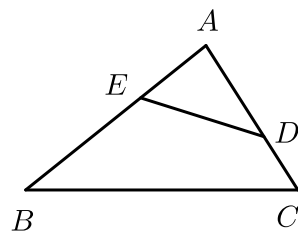
21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, 垂足分别为 D , E , AD 与 BE 相交于点 F .



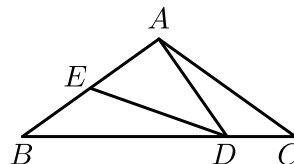
- (1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle BFD$.
 (2) 当 $AD : BD = 1 : 2$, $AC = 3$ 时, 求 BF 的长.

栗子

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别为边 AC 、 AB 上的点, 且 $\angle ADE = \angle B$, $AE = 3$, $AB = 8$, 则 $AD \cdot AC =$ _____.



23. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$, D 、 E 分别为 BC 、 AB 边上一点, $\angle ADE = \angle C$.



- (1) 求证: $\triangle BDE \sim \triangle CAD$.
 (2) 若 $CD = 2$, 求 BE 的长.

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$ 于 D , $DE \perp AC$ 于 E , $DF \perp BC$ 于 F .

求证: $\angle CFE = \angle A$.

