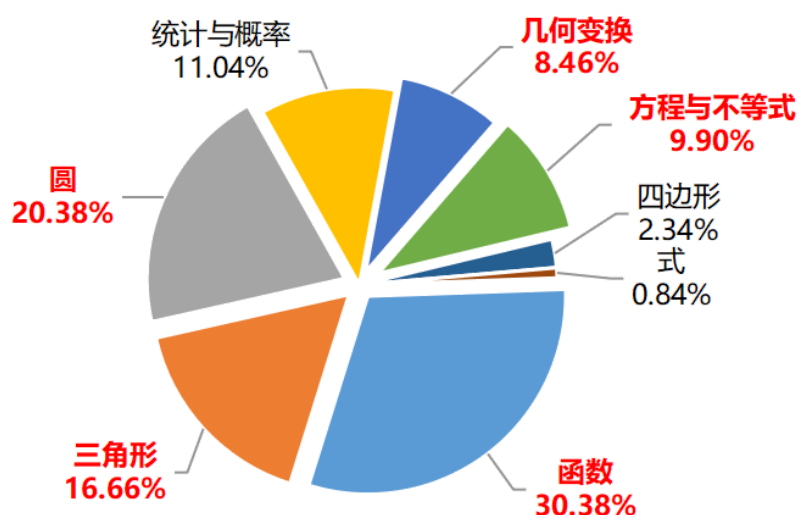


综合复习（一）

本模块《综合复习》属于人教版教材第二十一、二十二、二十三、二十四、二十七章的内容，是期末考试的重要考察点，重点包括一元二次方程、二次函数、旋转、圆、相似三角形五部分，需要学生在理解概念、性质的基础上进行灵活的运用。

本模块难度适中，适用于基础知识的巩固，本模块为综合复习一（一元二次方程与二次函数部分）、综合复习二（旋转、圆、相似三角形部分），加油站与讲义内容完全对照，帮助学生继续巩固薄弱点和易错点。

知己知彼



知识点	难度	考频
一元二次方程	★★★	中
二次函数	★★★★	高
旋转	★★★★	高
圆	★★★★	高
相似三角形	★★★★	高

一、一元二次方程

1. 一元二次方程的定义

一元二次方程

一元二次方程概念：只含有_____，并且未知数的最高次数是_____的_____方程，叫做一元二次方程。

一元二次方程的一般式：_____，_____为二次项系数；_____为一次项系数，_____为常数项。

一元二次方程的根：使方程左右两边_____的未知数的值就是这个一元二次方程的_____，一元二次方程的解也叫做一元二次方程的_____。

2. 一元二次方程解法

直接开方法

一般地，对于方程 $x^2 = p$

当 $p > 0$ 时，根据平方根的意义，方程有两个_____的实数根_____；

当 $p = 0$ 时，方程有两个_____的实数根_____；

当 $p < 0$ 时，因为对任意实数 x ，都有 $x^2 \geq 0$ ，所以方程_____。

配方法

解题步骤：

①移项：把方程中含有未知数的项移到方程的_____边，常数项移到方程的_____边；

②二次项系数化为_____：根据等式的性质把二次项的系数化为_____；

③配方：把方程两边都加上一_____，使左边配成一个完全平方式；

④开平方：运用_____解方程。

公式法

一元二次方程 判别式

对于方程 $ax^2 + bx + c = 0$
(a 、 b 、 c 为常数且 $a \neq 0$)，
由配方法可得_____

当 $\Delta =$ _____，方程有_____个_____的实数根

当 $\Delta =$ _____，方程有_____个_____的实数根

当 $\Delta =$ _____，方程_____实数根

当_____时，方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的实数根可写为_____的形式，这个式子叫做一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的_____。

因式分解法

因式分解法的一般步骤：

- ①将方程化为一元二次方程的一般形式；
- ②把方程的左边分解为两个_____；
- ③令每个因式为____，得到两个一元一次方程；
- ④解这两个一元一次方程得原方程的解。

3. 根与系数的关系

当 $\Delta \geq 0$ ，方程的两个根 x_1 ， x_2 和系数 a ， b ， c 有如下关系：

_____。

栗子

1. 方程① $2x^2 - 9 = 0$ ② $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = 0$ ③ $xy + x^2$ ④ $7x + 6 = x^2$ ⑤ $ax^2 + bx + c = 0$ 中，一元二次方程的个数是（ ）。
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
2. 若关于 x 的一元二次方程为 $ax^2 + bx + 5 = 0 (a \neq 0)$ 的解是 $x = 1$ ，则 $2013 - a - b$ 的值是（ ）。
A. 2018 B. 2008 C. 2014 D. 2012
3. 把一元二次方程 $(1 - x)(2 - x) = 3 - x^2$ 化成一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 其中 a 、 b 、 c 分别为（ ）。
A. 2、3、-1 B. 2、-3、-1
C. 2、-3、1 D. 2、3、1
4. 若关于 x 的一元二次方程 $(m - 1)x^2 + 5x + m^2 - 3m + 2 = 0$ 的常数项为0，则 m 的值等于（ ）。
A. 1 B. 2 C. 1或2 D. 0
5. 已知 $x = -1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 的一个解，且 $a \neq -b$ ，则 $\frac{a^2 - b^2}{2a + 2b}$ 的值为_____。
6. 已知 a 是 $x^2 - 2009x + 1 = 0$ 的根，求 $a^2 - 2008a - \frac{a^2 + 1}{2009}$ 的值。

栗子

7. 用公式法解方程。
(1) $5x^2 - 7x + 2 = 0$ 。
(2) $2x^2 + 3x - 3 = 0$ 。

(3) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

(4) $2x^2 + 3x + 4 = 0$.

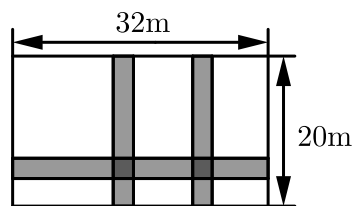
8. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m - 3)x - m = 0$,

(1) 求证 : 方程有两个不相等的实数根 .

(2) 如果方程的两实根为 x_1 、 x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$, 求 m 的值 .

栗子

9. 如图, 某小区计划在一块长为32m, 宽为20m的矩形空地上修建三条同样宽的道路, 剩余的空地上种植草坪, 使草坪的面积为570m² . 若设道路的宽为 x m, 则下面所列方程正确的是 () .



A. $(32 - 2x)(20 - x) = 570$

B. $32x + 2 \times 20x = 32 \times 20 - 570$

C. $(32 - x)(20 - x) = 32 \times 20 - 570$

D. $32x + 2 \times 20x - 2x^2 = 570$

10. 要组织一次排球邀请赛, 参赛的每两个队都要比赛一场. 根据场地和时间等条件, 赛程计划安排7天, 每天安排4场比赛, 设比赛组织者应邀请 x 个队参赛, 则 x 满足的关系式为 () .

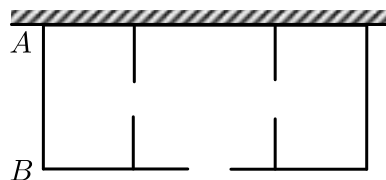
A. $\frac{1}{2}x(x + 1) = 28$

B. $\frac{1}{2}x(x - 1) = 28$

C. $x(x + 1) = 28$

D. $x(x - 1) = 28$

11. 某建筑工程队在工地一边靠墙处, 用81米长的铁栅栏围成三个相连的长方形仓库, 仓库总面积为440平方米. 为了方便取物, 在各个仓库之间留出了1米宽的缺口作通道, 在平行于墙的一边留下一个1米宽的缺口作小门, 若设 $AB = x$ 米, 则可列方程 () .



A. $x(81 - 4x) = 440$ B. $x(78 - 2x) = 440$ C. $x(84 - 2x) = 440$ D. $x(84 - 4x) = 440$

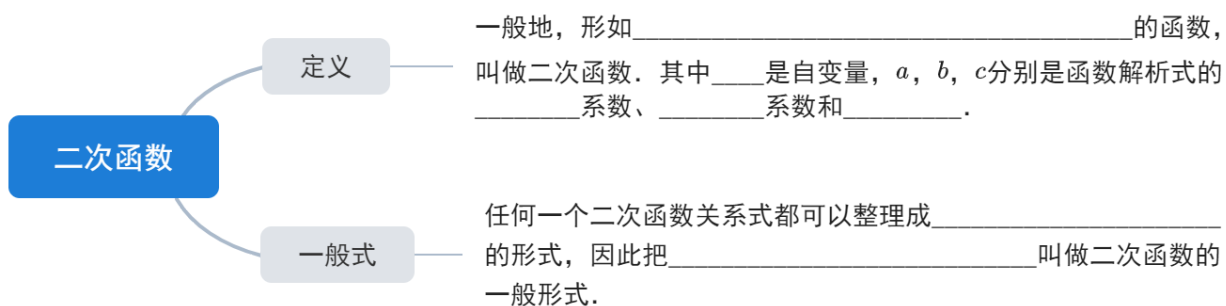
12. 某药品原价每盒25元, 为了响应国家解决老百姓看病贵的号召, 经过连续两次降价, 现在售价每盒16元, 则该药品平均每次降价的百分率是 ____ .

13. 利客来超市水果专柜张经理以每斤2元的价格购进富士苹果若干斤, 然后以每斤4元的价格出售, 每天可售出100斤, 通过调查发现, 这种水果每斤的售价每降低0.2元, 每天可多售出40斤. 为保证每天至少售出260斤, 张阿姨决定降价销售 .

- (1) 若将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是 _____ 斤（用含 x 的代数式表示）．
- (2) 销售这种水果要想每天盈利300元，张阿姨需将每斤的售价降低多少元．

二、 二次函数

1. 二次函数定义与性质



二次函数一般式：

$y = ax^2 + bx + c$		
a 的符号	$a > 0$	$a < 0$
开口方向	向__	向__
对称轴	$x = \underline{\hspace{2cm}}$	
顶点坐标	$\underline{\hspace{2cm}}$	
函数最值	有最__值__	有最__值__
	当定义域为全体实数时，函数的最小值或最大值是顶点__坐标的值	
增减性	当 $x < \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而__	当 $x < \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而__
	当 $x > \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而__	当 $x > \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而__
开口大小	$ a $ 越大，开口__； $ a $ 越小，开口__。 在对称轴右侧，沿着逆时针方向， a 的值逐渐__。	

二次函数顶点式：

$y = \underline{\hspace{2cm}}$		
a 的符号	$a > 0$	$a < 0$
开口方向	向__	向__
对称轴	$x = \underline{\hspace{2cm}}$	
顶点坐标	$\underline{\hspace{2cm}}$	
函数最值	有最__值__	有最__值__
	当定义域为全体实数时，函数的最小值或最大值是顶点__坐标的 值	
增减性	当 $x < \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而 __	当 $x < \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而 __
	当 $x > \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而 __	当 $x > \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而 __

二次函数交点式：

由此可得： $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 也是表示二次函数的一种解析式，叫作__，其中 x_1, x_2 是方程
 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根，即二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象与 x 轴公共点的__坐标；对称轴为__

2. 二次函数图象变换

二次函数平移口诀：_____

	$y = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - h)^2 + k$
上下平移 n 的单位的解析式	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$
左右平移 m 的单位的解析式	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$

二次函数关于坐标轴对称口诀：_____

	$y = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - h)^2 + k$
关于 x 轴对称	_____	_____
关于 y 轴对称	_____	_____
关于原点对称	_____	_____

二次函数的特殊对称：

①关于顶点对称

$y = a(x - h)^2 + k$ 关于 x 轴对称后，开口大小_____，方向_____， a 变成____，顶点 (h, k) ____，所以新的解析式为_____。

②关于某点 (m, n) 对称

$y = a(x - h)^2 + k$ 关于原点对称后，开口大小_____，方向_____， a 变成____，把顶点 (h, k) 先关于 (m, n) 变成_____，所以新的解析式为_____。

③关于直线 $y = m$ 对称

$y = a(x - h)^2 + k$ 关于直线 $y = m$ 对称，开口大小_____，方向_____， a 变成____，把顶点 (h, k) 关于直线 $y = m$ 对称变成_____，所以新的解析式为_____。

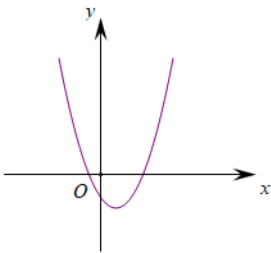
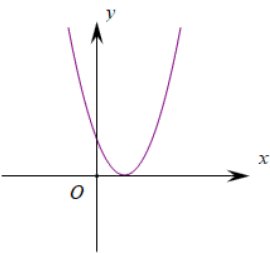
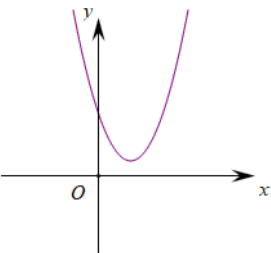
④关于直线 $x = n$ 对称

$y = a(x - h)^2 + k$ 关于直线 $x = n$ 对称，开口大小_____，方向_____， a 变成____，把顶点 (h, k) 关于直线 $x = n$ 对称变成 $(2n - h, k)$ ，所以新的解析式为_____。

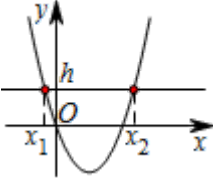
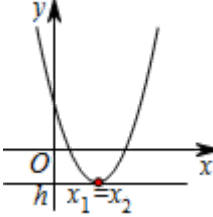
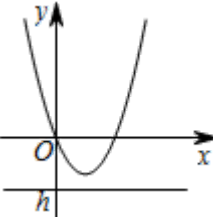
3. 二次函数与方程、不等式综合

①二次函数与 y 轴交点坐标：令_____，得_____，因此与 y 轴交点坐标为_____

②二次函数与 x 轴交点坐标：令_____，得_____，因此方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解可以看做函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交点的_____，交点的个数决定方程解的个数。

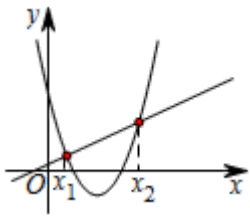
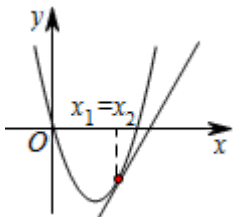
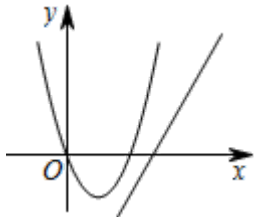
			
与 x 轴交点个数	—	—	—
判别式	—	—	—
根的情况	—	—	—

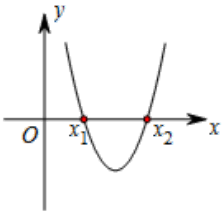
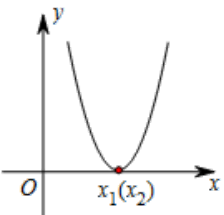
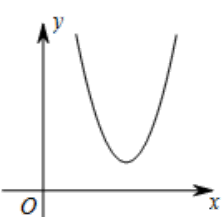
求抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $y = h$ 的交点：

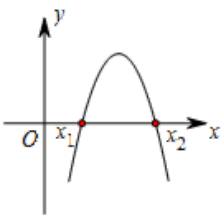
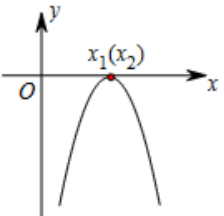
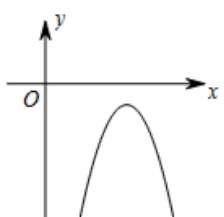
$ax^2 + bx + c - h = 0$ 的判别式 Δ	图象 (以 $a > 0$ 为例)	与直线 $y = h$ 的交点情况	一元二次方程根的情况
Δ —		有 — 个交点	有 — 的实数根
Δ —		有 — 个交点	有 — 的实数根
Δ —		—	— 实数根

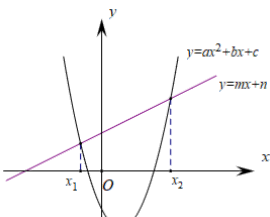
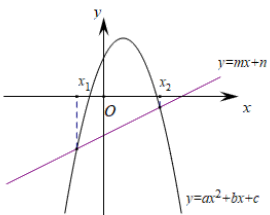
求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与一次函数 $y = mx + n$ 的交点：

联立两个函数解析式，整理可得 ————，方程的根即两个函数交点的横坐标；由方程根的情况，确定二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与直线 $y = mx + n$ 位置关系

$ax^2 + (b-m)x + (c-n) = 0$ 的判别式 Δ	图象 (以 $a > 0$ 为例)	与直线 $y = mx + n$ 的交点情况	一元二次方程根的情况
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		_____	_____ 实数根

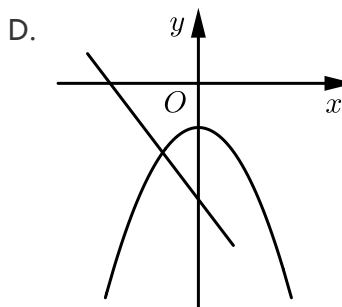
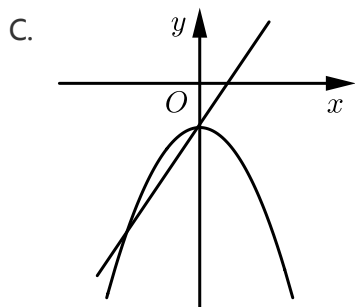
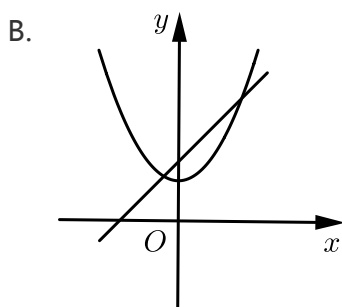
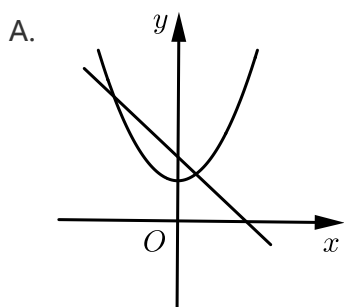
	图象	与 x 轴的交点情况	$ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集
$a > 0$		有 _____ 个交点	_____	_____
		有 _____ 个交点	_____	_____
		_____ 交点	_____	_____

	图象	与 x 轴交点情况	$ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集
$a < 0$		有____个交点	_____	_____
		有____个交点	_____	_____
		____交点	_____	_____

	图象	解集
$a > 0$		$ax^2 + bx + c > mx + n$ 的解集为_____
		$ax^2 + bx + c = mx + n$ 的解为_____
		$ax^2 + bx + c < mx + n$ 的解集为_____
$a < 0$		$ax^2 + bx + c < mx + n$ 的解集为_____
		$ax^2 + bx + c = mx + n$ 的解为_____
		$ax^2 + bx + c > mx + n$ 的解集为_____

14. 如果函数 $y = (m+1)x^{m^2-m} + 2$ 是二次函数，那么 m 的值为 _____ .

15. 函数 $y = ax^2 + c$ 与 $y = -ax + c (a \neq 0)$ 在同一坐标系内的图象是图中的 () .



16. 二次函数 $y = -2(x+1)^2 - 4$ 的顶点坐标是 () .

A. (1, 4)

B. (-1, 4)

C. (-1, -4)

D. (1, -4)

17. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x - 3$ ，用配方法化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为 _____ .

18. 若抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴只有一个交点，且过点 $A(m, n)$ ， $B(m-4, n)$ ，则 n 的值为 () .

A. 0

B. 2

C. 4

D. 8

19. 若点 $A(1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ 在抛物线 $y = a(x+1)^2 + 2 (a < 0)$ 上，则下列结论正确的是 () .

A. $2 > y_1 > y_2$

B. $2 > y_2 > y_1$

C. $y_1 > y_2 > 2$

D. $y_2 > y_1 > 2$

20. 下列关于二次函数 $y = -(x-m)^2 + m^2 + 1 (m \text{ 为常数})$ 的结论：①该函数的图象与函数 $y = -x^2$ 的图象形状相同；②该函数的图象一定经过点 $(0, 1)$ ；③当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小；④该函数的图象的顶点在函数 $y = x^2 + 1$ 的图象上，其中所有正确结论的序号是 _____ .

21. 求经过 $A(4, 0)$ ， $B(-2, 0)$ ， $C(0, 3)$ 三点的抛物线解析式 .

22. 已知抛物线 l_1 的最高点为 $P(3, 4)$ ，且经过点 $A(0, 1)$ ，求 l_1 的解析式 .

23. 若二次函数的图象过 $(-3, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(0, -3)$ 三点，求这个二次函数的解析式 .

24. 二次函数 $y = x^2 - 2ax + 3$ (a 为常数) 在自变量 x 的值满足 $2 \leq x \leq 3$ 时, 其对应的函数值 y 有最小值 $2a$, 则 a 的值为 () .

A. -3

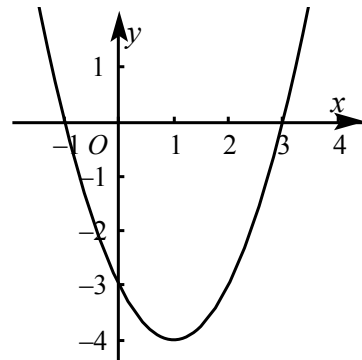
B. 1

C. $\frac{7}{6}$

D. $\frac{3}{2}$

栗子

25. 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象如图所示, 当 $y < 0$ 时, 自变量 x 的取值范围是 () .



A. $-1 < x < 3$

B. $x < -1$

C. $x > 3$

D. $x < -1$ 或 $x > 3$

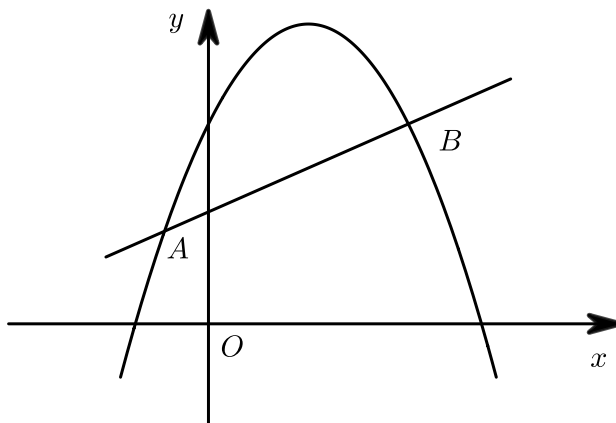
26. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表:

x	...	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	...
y									
		$-\frac{5}{4}$	-2	$-\frac{9}{4}$	-2	$-\frac{5}{4}$	0	$\frac{7}{4}$	...

则 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解为 _____ .

27. 已知关于 x 的函数 $y = (m-1)x^2 + 2x + \frac{1}{2}m$ 的图象与坐标轴有且只有 2 个交点, 则 $m =$ _____ .

28. 如图, 直线 $y = mx + n$ 与抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交于 $A(-1, p)$, $B(4, q)$ 两点, 则关于 x 的不等式 $mx + n > ax^2 + bx + c$ 的解集是 () .



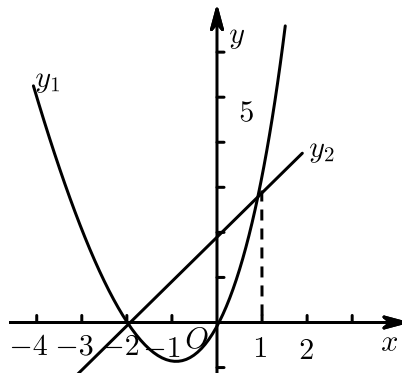
A. $x < -1$

B. $x > 4$

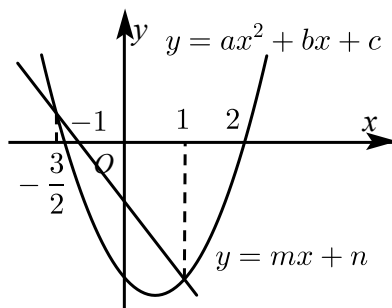
C. $x < -1$ 或 $x > 4$

D. $-1 < x < 4$

29. 如图是二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 和一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象，观察图象写出 $y_2 \geq y_1$ 时， x 的取值范围 _____ .



30. 已知直线 $y = mx + n$ 和抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 在同一坐标系中的位置如图所示，且抛物线与 x 轴交于点 $(-1, 0)$ 、 $(2, 0)$ ，抛物线与直线交点的横坐标为 1 和 $-\frac{3}{2}$ ，那么不等式 $mx + n < ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 () .



A. $1 < x < 2$

B. $x < -\frac{3}{2}$ 或 $x > 1$

C. $-\frac{3}{2} < x < 1$

D. $-1 < x < 2$

31. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过 $(-3, 0)$ 与 $(1, 0)$ 两点，关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c + m = 0 (m > 0)$ 有两个根，其中一个根是 3 . 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c + n = 0 (0 < n < m)$ 有两个整数根，这两个整数根是 () .

A. -2 或 0

B. -4 或 2

C. -5 或 3

D. -6 或 4

栗子

32. 在抛物线 $y = -3x^2$ 向右平移 2 个单位再向上平移 5 个单位得到抛物线解析式为 () .

A. $y = -3(x - 2)^2 - 5$

B. $y = -3(x + 2)^2 - 5$

C. $y = -3(x + 2)^2 + 5$

D. $y = -3(x - 2)^2 + 5$

33. 把抛物线 $y = x^2 - 2x + 4$ 向左平移 2 个单位，再向下平移 6 个单位，所得抛物线的顶点坐标是 () .

A. $(3, -3)$

B. $(3, 9)$

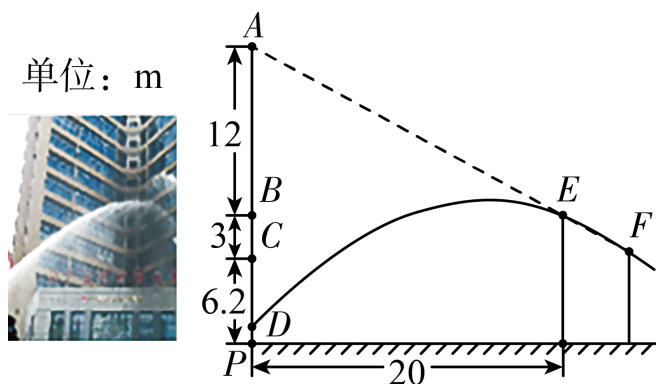
C. $(-1, -3)$

D. $(-1, 9)$

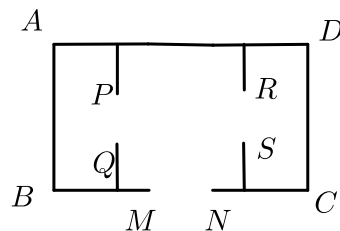
34. 抛物线 $y = 2(x - 3)^2 - 1$ 关于 x 轴对称的抛物线解析式为 _____ .
35. 已知抛物线 $y_1 = a(x - m)^2 + k$ 与 $y_2 = a(x + m)^2 + k$ ($m \neq 0$)关于 y 轴对称, 我们称 y_1 与 y_2 互为“和谐抛物线”. 请写出抛物线 $y = -4x^2 + 6x + 7$ 的“和谐抛物线” _____ .
36. 将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 绕其顶点旋转 180° 后, 所得到的新的抛物线的解析式为 _____ .
37. 在平面直角坐标系中, 将抛物线 $y = x^2 + 2x + 3$ 绕着它与 y 轴的交点旋转 180° , 所得抛物线的解析式是() .
- A. $y = -(x + 1)^2 + 2$
- B. $y = -(x - 1)^2 + 4$
- C. $y = -(x - 1)^2 + 2$
- D. $y = -(x + 1)^2 + 4$

栗子

38. 两幢大楼的部分截面及相关数据如图，小明在甲楼*A*处透过窗户*E*发现乙楼*F*处出现火灾，此时*A*，*E*，*F*在同一直线上．跑到一楼时，消防员正在进行喷水灭火，水流路线呈抛物线，在1.2m高的*D*处喷出，水流正好经过点*E*，*F*．若点*B*和点*E*、点*C*和点*F*的离地高度分别相同，消防员将水流抛物线向上平移0.4m，再向左后退了 _____ m，恰好把水喷到*F*处进行灭火．

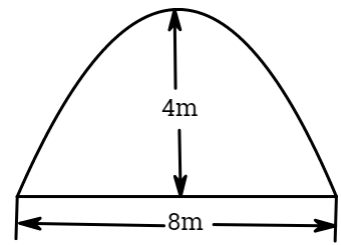


39. 一养鸡专业户计划用116m长的篱笆围成如图所示的三间长方形鸡舍，门MN宽2m，门PQ和RS的宽都是1m，围成的鸡舍面积最大是 _____ 平方米．



40. 解答：

- (1) 一辆宽2米的货车要通过跨度为8米, 拱高为4米的单行抛物线隧道(从正中通过), 为保证安全, 车顶左右两侧离隧道的垂直距离至少要0.5米, 求货车的限高为多少?



(2) 若将 (1) 中的单行道改为双行道，即货车必须从隧道中线的右侧通过，求货车的限高应是多少？

41. 超市销售某种儿童玩具，如果每件利润为40元(市场管理部门规定，该种玩具每件利润不能超过60元)，每天可售出50件．根据市场调查发现，销售单价每增加2元，每天销售量会减少1件．设销售单价增加 x 元，每天售出 y 件．

(1) 请写出 y 与 x 之间的函数表达式．

(2) 当 x 为多少时，超市每天销售这种玩具可获利润2250元？

(3) 设超市每天销售这种玩具可获利 w 元，当 x 为多少时 w 最大，最大值是多少？