

专题十一 基本不等式

基础过关练

考点1 基本不等式中的最值问题

1. (2025·河西期中) 已知 $m > -2, n > 1$, 且 $m + n = 3$, 则 $\sqrt{m+2} + \sqrt{n-1}$ 的最大值为 ()

A. 6

B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

2. (2024·十二校二模) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 1), \mathbf{b} = (2x+y, 2)$, 其中 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ 且 $xy > 0$, 则 $\frac{x^2+y}{xy}$ 的最小值为

()

A. $\sqrt{2} + 1$ B. $\sqrt{2} + 2$

C. 4

D. $\sqrt{2} - 1$

3. (2024·河北一模) 已知 $a > 0, b > 0, a + b = 1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{8}{a^2 + b^2}$ 的最小值为_____.

4. (2022·河北一模) 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则 $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1}$ 的最大值为_____.

5. (2021·河西一模) 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $2x + 8y - xy = 0$, 则 $x + y$ 的最小值为_____.

6. (2021·河北一模) 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $2a + b = ab$, 则 $a + 2b$ 的最小值为_____.

7. (2022·和平期末) 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+, 4x + 5y = 1$, 则 $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{3x+2y}$ 的最小值为_____.

8. (2021·和平期中) 已知 x, y 均为正实数, $x + y = 1$, 则 $\frac{y}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为_____.

9. (2024·新华中学二月考) 若 $x > 0, y > 0$, 且 $\log_2 3^x + \log_2 9^y = \log_4 81$, 则 $x + 2y =$ _____.

$\frac{2}{x} + \frac{x+3y}{3y}$ 的最小值为_____.

10. (2024·蓟州一中热身) 若 $4x > y > 0$, 则 $\frac{y}{4x-y} + \frac{x}{y}$ 的最小值为_____.

11. (2025·耀华中学三月考) 已知 $x > 0, y > -1$, 且 $x + y = 1$, 则 $\frac{x^2+3}{x} + \frac{y^2}{y+1}$ 的最小值为_____.

12. (2025·和平三模) 已知实数 x 与 y 满足 $x > y > 0$, 且 $\frac{1}{x-y} + \frac{4}{x+y} = 1$, 则 $2x + y$ 的最小值为

_____.

13. (2025·北辰期中) 已知 $x > 0, y > 0$, 且 2 是 4^x 与 4^y 的等比中项, 则 $\frac{1}{x} + \frac{x}{y}$ 的最小值是_____.

14. (2024·耀华中学一模) 若 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则 $(a + \frac{1}{a})(b + \frac{1}{b})$ 的最小值为_____.

15. (2021·河北二模) 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $\frac{3}{a-1} + \frac{2}{b-1}$ 的最小值为_____.

16. (2023·部分二模) 已知实数 x, y 满足 $4x^2 + 4xy + 7y^2 = 3$, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为_____.

17. (2021·十二校一模) 已知 $\lg(x+2y) = \lg x + \lg y$, 则 $\frac{xy+x+2y^2}{y}$ 的最小值为_____.

18. (2021·南开二模) 已知 $a > 0, b > 0, a + 2b = 1$, 则 $a^2 + 4b^2 + \frac{1}{4ab}$ 的最小值是_____.

19. (2021·和平二模) 已知正实数 x, y 满足 $x + y = \frac{1}{x} + \frac{9}{y} + 6$, 则 $x + y$ 的最小值是_____.

20. (2024·河东一模) 若 $a > 0, b > 0, ab = 2$, 则 $\frac{a+4b+2b^3}{b^2+1}$ 的最小值为_____.

21. (2021·十二校二模) 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 且 $ab+2ac=4$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{2}{b+2c} + \frac{8}{a+b+2c}$ 的最小值是 _____.

22. (2021·和平三模) 若正实数 x, y, z 满足 $x+3y+2z=1$, 则 $\frac{x+2y}{2y+4z} + \frac{4}{x+2y}$ 的最小值是 _____.

考点2 基本不等式中的恒成立问题

23. (2021·八校联考期中) 已知 $x>0, y>0$, 若 $\frac{2y}{x} + \frac{8x}{y} > m^2 + 2m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$ B. $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$
C. $(-4, 2)$ D. $(-2, 4)$

24. (2023·耀华中学一月考) 若两个正实数 x, y 满足 $x+y=3$, 且不等式 $\frac{4}{x+1} + \frac{16}{y} > m^2 - 3m + 5$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $\{m | -4 < m < 1\}$ B. $\{m | m < -1, \text{ 或 } m > 4\}$
C. $\{m | -1 < m < 4\}$ D. $\{m | m < 0, \text{ 或 } m > 3\}$

25. (2024·河东二模) 若 $a>b>c, n \in \mathbf{N}^+$ 且 $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} \geq \frac{n}{a-c}$ 恒成立, 则 n 的最大值为 _____.

综合提能练

26. (2022·天津一中二月考) 已知 $x>0, y>0, 2x+y=2$, 则 $\frac{\sqrt{xy}}{(x+1)(y+2)}$ 的最大值为 _____.

27. (2021·河西二模) 函数 $y = \frac{(x+5)(x+2)}{x+1} (x>-1)$ 的最小值为 _____.

28. (2021·天津高考) 若 $a>0, b>0$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{a}{b^2} + b$ 的最小值为 _____.

29. (2022·耀华中学三月考) 若 $x, y \in (0, +\infty)$, $\frac{x}{2} + y + xy = 4$, 则 $\frac{xy+1}{x^2y^2+2xy+37}$ 的最大值是 _____.

30. (2025·河东一模) 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+, a+2b=1$, 则 $\frac{2}{a+2} + \frac{1}{b+1}$ 的最小值为 _____.

31. (2024·天津一中一月考) 已知正实数 x, y , 满足 $2x+y=1$, 则 $\frac{2x^2}{y} + x + \frac{2y}{x}$ 的最小值为 _____.

32. (2024·耀华中学一月考) 已知 $a>0, b>0$, 则 $\frac{\sqrt{a(a+b)}}{3a+b}$ 的最大值为 _____.

33. (2025·天津一中一月考) 若不等式 $x^2+2xy \leq a(x^2+y^2)$ 对于一切正数 x, y 恒成立, 则实数 a 的最小值为 _____.

34. (2023·和平一模) 若实数 x, y 满足 $x^2+y^2+xy=1$, 则 $x+y$ 的最大值是 _____.

35. (2023·十二校一模) 已知 $a>0, b>0$, 且 $ab=1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b}$ 的最小值为 _____.

36. (2023·南开中学五月考) 设 a, b 为实数, a 是 $1+2b$ 与 $1-2b$ 的等比中项, 则 $\frac{ab}{|a|+2|b|}$ 的最大值为 _____.

37. (2023·和平二模) 设 $x, y \in \mathbf{R}, a>1, b>1$, 若 $a^x = b^y = 3, 3a+b=18$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最大值为 _____.

38. (2023·河西二模) 已知 $x>0, y>0, x+2y+2xy=8$, 则 $x+2y$ 的最小值为 _____.