



试卷整体分析

2024 年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)抢分卷

数学(1-递增卷)

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试用时 120 分钟。第

I 卷 1 至 2 页,第 II 卷 3 至 4 页。

答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并在规定位置粘贴考试用条形码。

答卷时,考生务必将答案涂写在答题卡上,答在试卷上的无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

第 I 卷

注意事项:

1. 每小题选出答案后,用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
2. 本卷共 9 小题,每小题 5 分,共 45 分。

参考公式:

- 如果事件 A 与事件 B 互斥,那么 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。
- 如果事件 A 与事件 B 相互独立,那么 $P(AB) = P(A)P(B)$ 。
- 棱柱的体积公式 $V = Sh$,其中 S 表示棱柱的底面面积, h 表示棱柱的高。
- 棱锥的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$,其中 S 表示棱锥的底面面积, h 表示棱锥的高。

一. 选择题:在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | y = \lg(5-x)\}$, $B = \{y | y = |x-2|, x \in A\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ ()
(A) {3} (B) {4} (C) {3, 4} (D) {0, 1, 2}
2. 直线 $l: x + y + c = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ 相交的一个充分不必要条件是 ()
(A) $c \in (-\infty, \sqrt{6})$ (B) $c \in [-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$
(C) $c \in (-\sqrt{6}, \sqrt{6})$ (D) $c \in (0, \sqrt{6})$
3. 已知函数 $f(x)$ 为 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 且 $\forall x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$, 都有 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$, 若 $a = f(-0.6^2)$, $b = f(\log_2 0.6)$, $c = f(2^{0.6})$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()
(A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < a < c$ (D) $c < a < b$
4. 在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $AB = 1$, $AD = 2$, $AA' = 3$, $\angle BAD = \angle BAA' = \angle DAA' = 60^\circ$, 则 AD' 与 $A'C$ 所成角的余弦值为 ()
(A) $-\frac{13\sqrt{3}}{266}$ (B) $\frac{13\sqrt{3}}{266}$ (C) $-\frac{5\sqrt{133}}{266}$ (D) $\frac{5\sqrt{133}}{266}$

5. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x - \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) \sin(\omega x - \frac{\pi}{4})$, 其中 $\omega > 0$, 若 $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$ 内无极值, 则实数 ω 的最大值为 ()
(A) -1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{7}{2}$

6. 为考察某种药物预防疾病的效果, 进行了动物试验, 得到如下列联表:

单位: 只

药物	疾病		合计
	未患病	患病	
未服用	75	66	141
服用	112	47	159
合计	187	113	300

经计算: $\chi^2 \approx 9.47$. 附:

$P(\chi^2 \geq x_\alpha)$	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

参考附表, 现有如下判断:

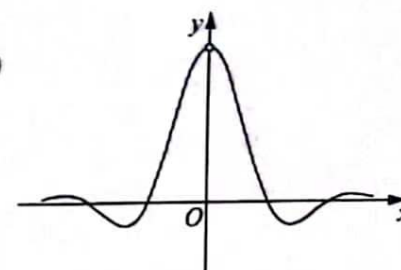
- ①根据小概率值 $\alpha = 0.010$ 的独立性检验, 认为“该种药物有预防疾病的效果”;
- ②根据小概率值 $\alpha = 0.005$ 的独立性检验, 认为“该种药物有预防疾病的效果”;
- ③根据小概率值 $\alpha = 0.005$ 的独立性检验, 认为“该种药物没有预防疾病的效果”;
- ④根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验, 认为“该种药物没有预防疾病的效果”。

其中正确判断的个数为

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

7. 如右图是函数 $f(x)$ 的部分图象, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()

- (A) $f(x) = \frac{\sin 3x}{3^{-x} - 3^x}$ (B) $f(x) = \frac{\cos 3x}{3^{-x} - 3^x}$
(C) $f(x) = \frac{\sin 3x}{3^x - 3^{-x}}$ (D) $f(x) = \frac{\cos 3x}{3^x - 3^{-x}}$



8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 为双曲线右支上一点, 线段 F_1P 与 y 轴交于点 Q, 已知 $|PQ| = 2|QF_1|$, $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形, 则双曲线的离心率为 ()
(A) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1-\sqrt{2}}$

9. 已知抛物线 $C: y^2 = 6x$, F 为其焦点, P_n 是 C 上的点, θ_n 是以 Fx 为始边、 FP_n 为终边的角, 设 $\{\theta_n\}$ 为以 $\frac{\pi}{3}$ 为首项, $\frac{2\pi}{3}$ 为公差的等差数列, 记 $r_n = |FP_n|$, 已知 r_n 可以表示为关于 θ_n 的函数, 则 $\sum_{k=1}^{120} \frac{k}{r_k} =$ ()

- (A) 2 024 (B) 2 042 (C) 2 402 (D) 2 420



视频讲解

数学(1-递增卷)

第 II 卷

注意事项:

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2. 本卷共 11 小题,共 105 分。

二. 填空题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分. 试题中包含两个空的,答对 1 个的给 3 分,全部答对的给 5 分。

10. 若复数 z 满足 $(1+i)z=1+2i$ (i 是虚数单位),则 $|z| =$ _____.11. 在 $(\sqrt{x}-\frac{2}{x})^6$ 的展开式中,常数项为 _____.12. 已知 $m, n > 0$, 且 $m+2n=2$, 则 $\frac{1}{mn} + \frac{1}{n}$ 的最小值为 _____.

13. 某区有 3 所中学,其中第 1 所中学有 6% 的学生为艺术特长生,第 2,3 所中学的艺术特长生占比均为 5%,现在 3 所中学各随机派出若干名同学组成该区文艺代表团参加全市汇报演出,已知第 1,2,3 所中学派出的学生在代表团中占比分别为 25%,30%,45%. 现在该代表团中任意采访一位同学,该同学是艺术特长生的概率为 _____;如果采访的学生是艺术特长生,那么这位同学来自第 1 所中学的概率为 _____.

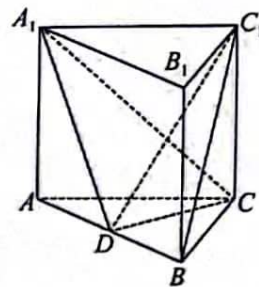
14. 篮球是一项深受同学们热爱的运动. 如图,是篮球场地的部分示意图. 在高为 4 的等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB=6$, $CD=2$. 点 F 是以 CD 为直径的半圆的中点,点 M 是半径为 6 的半圆 O (其中,点 O 为线段 AB 的中点)上的一个四等分点,点 P 为半圆 O 上任一点,且点 P 在点 M 的左侧,已知 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AP} = 21 + 6\sqrt{5}$. 设点 E 为线段 CD 上任一点,则 $\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{PE}$ 的最小值为 _____.15. 若函数 $y=f(x)$ 满足对任意的实数 x ,都有 $f(x)=2-f(2-x)$,且 $y=f(x)-1$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x \in (-1,1)$ 时, $f(x)=x^3+2\sin \frac{\pi}{6}x+1$,则 $f(x)=\log_3 x$ 的实数解的个数为 _____.

三. 解答题:本大题共 5 小题,共 75 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

16. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $2a \cos(\frac{\pi}{3}-B) = b+c$,且 BC 边上的中线长为 $\frac{\sqrt{13}}{2}$, $AB=3$.(I) 求角 A 的大小;(II) 求 $\triangle ABC$ 的周长.

17. (本小题满分 15 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,已知 $AB=BC=BB_1=2$, $AB \perp BC$, D 为棱 AB 的中点.(I) 求证: $BC_1 \parallel$ 平面 A_1CD ;(II) 求平面 A_1CD 与平面 C_1DC 夹角的余弦值;(III) 求三棱锥 C_1-A_1DC 的体积.

18. (本小题满分 15 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F ,左、右顶点分别为 A_1, A_2 ,上顶点为 B ,焦距为 $2\sqrt{5}$, M 为椭圆上异于左、右顶点的任一点,且直线 MA_1 与 MA_2 的斜率之积为 $-\frac{4}{9}$.(I) 求椭圆 E 的标准方程;(II) 直线 l 过点 A_2 ,与椭圆 E 交于另一点 P (点 P 不是椭圆的顶点),直线 BP 与 x 轴交于点 Q ,设 N 为线段 A_2P 的中点,若 $NQ \perp A_2P$,求直线 l 的方程.

19. (本小题满分 15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1 的递增的等差数列, S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $\{b_n\}$ 是公比为 2 的等比数列, $b_1 + b_2 = S_3$, $a_1 + b_3 = a_3^2$.(I) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;(II) 设 $c_n = \begin{cases} \frac{2a_n+3}{S_n S_{n+2}}, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{a_n}{b_n+1}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 证明: $\sum_{i=1}^{2n} c_i < \frac{17}{9}$;(III) 设 $d_n = \begin{cases} b_n, & n=3k-2, \\ b_{n+1}, & n=3k-1, k \in \mathbf{N}^*, \\ a_n, & n=3k, \end{cases}$ 求 $\sum_{i=1}^{3n} d_i d_{i+1}$.

20. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = ae^{2x} + (a-2)e^x - x$.(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;(II) 若 $f(x)$ 有两个零点,求 a 的取值范围;(III) 求证: $ex^3 + (3e+6)x + 2e < 6e^{2x}$.

视频讲解