

专题九



解三角形



基础过关练

考点1 利用正、余弦定理解三角形

1. (2025· 衢州一中调研) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle B = 30^\circ, c = 2$, 则“ $b = \sqrt{2}$ ”是“ $\angle C = 45^\circ$ ”成立的

()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. (2025· 五校联考期中) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, E 是 BC 边中点, 线段 AE 长为 $\sqrt{3}$, $\angle BAC = 120^\circ$,

D 是 BC 边上一点, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, 则 AD 的长为

()

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$

C. 2

D. $\frac{8}{3}$

3. (2024· 河东二模) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b \sin A = a \cos(B + \frac{\pi}{6})$.

(I) 求角 B 的大小;(II) 设 $a = 2, c = 3\sqrt{3}$, 求 b 和 $\sin(2C - B)$ 的值.

4. (2023· 南开中学校模) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 所对的边, 且 $2b \cos C = 2a + c$.

(I) 求角 B 的大小;(II) 若 $2\sqrt{3} \sin(\frac{A}{2} + \frac{\pi}{6}) \cos(\frac{A}{2} + \frac{\pi}{6}) - 2 \sin^2(\frac{A}{2} + \frac{\pi}{6}) = \frac{11}{13}$, 求 $\cos C$ 的值.

5. (2022· 和平一模) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 满足 $(2a - b) \sin A + (2b - a) \sin B = 2c \sin C$.

(I) 求角 C 的大小;(II) 若 $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\sin(2A - C)$ 的值.

考点2 三角形面积公式的应用

6. (2024·新华中学一月考)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $c^2 = (a-b)^2 + 6$,

且 $C = \frac{\pi}{3}$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ C. 3 D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

7. (2022·河西三模)已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的面积为 S ,若 $3c^2 = 16S + 3(b^2 - a^2)$,则 $\tan B =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

8. (2023·和平二模)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,设 a, b, c 满足条件 $b^2 + c^2 - bc = a^2$ 且

$$\frac{c}{b} = \frac{1}{2} + \sqrt{3}.$$

(I)求角 A 的大小和 $\tan B$ 的值;

(II)若 $b = 2$,求 $\triangle ABC$ 的面积;

(III)求 $\cos(A + 2B)$ 的值.



综合提能练

9. (2024·天津一中一月考)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $\sin 2C = \sin C$, $b = 6$,

且 $\triangle ABC$ 的面积为 $6\sqrt{3}$,则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()

- A. 38 B. $10 + 2\sqrt{7}$ C. $8 + 2\sqrt{7}$ D. $6 + \sqrt{7} + \sqrt{3}$

10. (2023·五校联考期中)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $a\cos C, b\cos B, c\cos A$ 成等差数列,若 $a + c = 4$,则 b 的最小值为_____.

11. (2025·和平一模)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{2}$,

$$c - b = 2, \cos A = -\frac{1}{3}.$$

(I)求 a 的值;

(II)求 $\sin C$ 的值;

(III)求 $\cos(2A + \frac{\pi}{3})$ 的值.

12. (2024·河西二模) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\cos A - 2\cos C}{\cos B} =$

$$\frac{2c-a}{b}.$$

(I) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值;

(II) 若 $\cos B = \frac{1}{4}, b = 2$.

(i) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(ii) 求 $\sin(2B + \frac{\pi}{6})$ 的值.

13. (2024·河东一模) 在三角形 ABC 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $b = 8, 3a = 7c$,

$$b > a, \cos C = \frac{13}{14}.$$

(I) 求角 A 的大小;

(II) 求 $\sin(A + 2C)$ 的值;

(III) 求 c 的值.

14. (2024·南开一模) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b = 3, c = 1, a = 6\cos B$.

(I) 求 a 的值;

(II) 求证: $A = 2B$;

(III) 求 $\cos 2(B - \frac{\pi}{12})$ 的值.

15. (2024·天津高考) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $\cos B = \frac{9}{16}, b = 5$,

$$\frac{a}{c} = \frac{2}{3}.$$

(I) 求 a 的值;

(II) 求 $\sin A$ 的值;

(III) 求 $\cos(B - 2A)$ 的值.

16. (2023 · 和平一模) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $(b \cos C + c \cos B) \tan A = -\sqrt{3}a$.

(I) 求 A 的大小;

(II) 若 $a = \sqrt{7}, b = 1$,

(i) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(ii) 求 $\cos(2C - A)$.

17. (2023 · 耀华中学三月考) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $(\sin A - \sin B)^2 = \sin^2 C - \sin A \sin B$.

(I) 求角 C 的大小;

(II) 若 $a = 3b$, 求 $\cos(2B + C)$ 的值.

18. (2022 · 河北一模) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\sin A}{\sin B - \sin C} = \frac{b+c}{b-a}$.

(I) 求角 C 的大小;

(II) 若 $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 求 $\sin(2A - C)$ 的值.

19. (2021 · 耀华中学模拟) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $\sqrt{3}a \cos B = b \sin A$.

(I) 求角 B 的大小;

(II) 若 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 求 $\sin(2A - B)$ 的值;

(III) 若 $b = 2, c = 2a$, 求边 a 的值.