

简易逻辑不等式练习

一、单选题

1. 设 $a \in \mathbf{R}$ ，则“ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a^2 = b^2$ ”是“ $2^a = 2^b$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，则“ $A = B$ ”是“ $\sin A = \sin B$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件.
B. 必要不充分条件.
C. 充要条件.
D. 既不充分也不必要条件.
4. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a > b$ ”是“ $|a| > |b|$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
5. 若 $x \in \mathbf{R}$ ，下列选项中，使“ $x^2 < 1$ ”成立的一个必要不充分条件为（ ）
A. $-2 < x < 1$ B. $-1 < x < 1$ C. $0 < x < 2$ D. $-1 < x < 0$
6. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a^2 + b^2 > 2$ ”是“ $a + b > 2$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 充要条件
7. $\frac{1}{a} + 1 > 0$ 是 $a < -1$ 成立的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
8. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $|x+1| < 1$ ”是“ $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$ ”的（ ）条件
A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充分必要 D. 既不充分也不必要
9. 对于实数 x ，“ $x \neq 5$ ”是“ $|x-3| \neq 2$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
10. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$ ，则“ $a=b$ ”是“ $ac^2=bc^2$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
11. “ $-1 \leq x \leq 12$ ”是“ $\frac{x+1}{x-12} \leq 0$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分又不必要条件
12. “ $0 \leq x \leq 1$ ”是“ $\frac{1}{x} \geq 1$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
13. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x > 0$ ”是“ $x^2 + x > 0$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
14. “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$ ”是 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
15. 已知条件 $p: m > 2$ ，条件 q : 点 $P(1, m)$ 在圆: $x^2 + y^2 = 5$ 外，则 p 是 q 的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
16. 已知 $p: x \in A, A = \left\{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{6}{x} \in \mathbf{Z}\right\}, q: x \in B, B = \left\{x \mid (x^2 + 5x)^2 = 36\right\}$. 则 p 是 q 成立的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
17. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $\frac{1}{a} > b > 0$ ”是“ $4a < \frac{1}{b}$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	C	D	A	B	B	A	B	A
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	B	A	A	A	B	D	D	B	D

1. A

【分析】由 $\frac{1}{a} < 1$ 可得 $a > 1$ 或 $a < 0$ ，即可判断.

【详解】由 $\frac{1}{a} < 1$ 可得 $a > 1$ 或 $a < 0$ ，

又 $\{a | a > 1\} \subsetneq \{a | a > 1 \text{ 或 } a < 0\}$

所以“ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的充分不必要条件.

故选: A

2. B

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】必要性: 若 $2^a = 2^b$ ，则可得 $a = b$ ，所以可得 $a^2 = b^2$ ，必要性成立;

若 $b = -a$ ，则 $a^2 = b^2$ ，而 $2^a \neq 2^b$ ，故充分性不成立，

“ $a^2 = b^2$ ”是“ $2^a = 2^b$ ”的必要不充分条件.

故选: B

3. C

【分析】由题意结合正弦定理确定充分性和必要性是否成立即可.

【详解】在 $\triangle ABC$ 中，若 $A = B$ ，则 $a = b$ ，

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，

得 $\sin A = \sin B$ ，即充分性成立;

若 $\sin A = \sin B$ ，

由正弦定理有 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，

得 $a = b$ ，则 $A = B$ ，即必要性成立;

综上可得: “ $A = B$ ”是“ $\sin A = \sin B$ ”的充要条件.

故选: C.

4. D

【分析】应用特殊值法结合既不充分也不必要条件定义判断即可.

【详解】当 $a=0, b=-1$ 时, $a > b, |a| < |b|$, 所以 $a > b$ 是 $|a| > |b|$ 的不充分条件;

当 $a=-2, b=1$ 时, $|a| > |b|, a < b$, 所以 $a > b$ 是 $|a| > |b|$ 的不必要条件.

故选: D.

5. A

【分析】根据题意, $x^2 < 1$ 等价于 $-1 < x < 1$, 若所求必要条件对应的范围为 A, 则 $(-1, 1)$

$\subsetneq A$, 由此判断即可得到本题的答案.

【详解】不等式 $x^2 < 1$ 等价于 $-1 < x < 1$,

使 “ $x^2 < 1$ ” 成立的一个必要不充分条件, 对应的集合为 A, 则 $(-1, 1)$ 是 A 的真子集,

由此对照各项, 可知只有 A 项符合题意.

故选: A.

6. B

【分析】根据题意, 利用特例可判定充分性不成立, 结合直线与圆的位置关系, 可判定必要性成立, 即可得到答案.

【详解】例如: $a = \sqrt{2}, b = \frac{1}{2}$, 此时 $a^2 + b^2 = \frac{9}{4} > 2$, 但 $a + b = \sqrt{2} + \frac{1}{2} < 2$, 所以充分性不成立;

设直线 $l: x + y = 2$, 圆 $C: x^2 + y^2 = 2$, 则圆心为 $O(0, 0)$, 半径为 $r = \sqrt{2}$,

可得圆心 $O(0, 0)$ 到 l 的距离为 $d = \frac{|2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2} = r$,

此时直线 l 与圆 C 相切, 所以 $x + y > 2$ 与圆 C 没有公共点,

即满足不等式 $a + b > 2$ 的点 (a, b) , 使得 $a^2 + b^2 > 2$ 恒成立, 即必要性成立,

所以 “ $a^2 + b^2 > 2$ ” 是 “ $a + b > 2$ ” 的必要不充分条件.

故选: B.

7. B

【分析】解不等式 $\frac{1}{a} + 1 > 0$ 即可求得 $a > 0$ 或 $a < -1$, 可判断得出结论.

【详解】由 $\frac{1}{a} + 1 > 0$, 得 $\frac{a+1}{a} > 0$,

即 $a(a+1) > 0$, 解得 $a > 0$ 或 $a < -1$,

所以 $\frac{1}{a}+1>0$ 是 $a<-1$ 成立的必要不充分条件,

故选: B.

8. A

【分析】解绝对值不等式及分式不等式, 结合充分条件不必要条件的概念可得到结果.

【详解】若 $|x+1|<1$, 则 $-1<x+1<1$, 所以 $-2<x<0$,

若 $\frac{1}{x}<\frac{1}{2}$, 则 $\frac{2-x}{2x}<0$, 所以 $x(x-2)>0$, 所以 $x<0$ 或 $x>2$,

因为 $\{x|-2<x<0\}$ 是 $\{x|x<0$ 或 $x>2\}$ 的真子集,

所以“ $|x+1|<1$ ”是“ $\frac{1}{x}<\frac{1}{2}$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

9. B

【分析】分析可知 $|x-3|\neq 2$, 等价于 $x\neq 1$ 且 $x\neq 5$, 再利用包含关系分析充分、必有条件.

【详解】因为 $|x-3|\neq 2$, 等价于 $x\neq 1$ 且 $x\neq 5$,

且 $(-\infty, 1)\cup(1, 5)\cup(5, +\infty)$ 是 $(-\infty, 5)\cup(5, +\infty)$ 的真子集,

所以“ $x\neq 5$ ”是“ $|x-3|\neq 2$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

10. A

【分析】根据题意结合充分、必要条件分析判断.

【详解】若 $a=b$, 则 $ac^2=bc^2$, 即充分性成立;

若 $ac^2=bc^2$, 例如 $a=1, b=-1, c=0$, 可得 $ac^2=bc^2=0$, 满足题意,

但 $a\neq b$, 即必要性不成立;

综上所述: “ $a=b$ ”是“ $ac^2=bc^2$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

11. B

【分析】先解不等式, 再利用集合的包含关系判断.

【详解】由题易知 $\frac{x+1}{x-12}\leq 0$ 的解集为 $[-1, 12)$, $[-1, 12)$ 真包含于 $[-1, 12]$,

故“ $-1\leq x\leq 12$ ”是“ $\frac{x+1}{x-12}\leq 0$ ”的必要不充分条件.

故选：B

12. B

【分析】对 $\frac{1}{x} \geq 1$ 可得 $0 < x \leq 1$ ，然后根据充分条件和必要条件的定义判断即可.

【详解】由 $\frac{1}{x} \geq 1$ ，则 $\frac{1}{x} - 1 \geq 0$ ，即 $\frac{1-x}{x} \geq 0$ ，即 $\begin{cases} x(1-x) \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ ，

解得得 $0 < x \leq 1$ ，

则 $0 \leq x \leq 1$ 不能推出 $\frac{1}{x} \geq 1$ ， $\frac{1}{x} \geq 1$ 能推出 $0 < x \leq 1$ ，

则“ $0 < x \leq 1$ ”是“ $\frac{1}{x} \geq 1$ ”的必要不充分条件.

故选：B.

13. A

【分析】解一元二次不等式结合充分不必要条件的定义即可得解.

【详解】由题意 $x^2 + x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ 或 $x < -1$ ，所以“ $x > 0$ ”是“ $x^2 + x > 0$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

14. A

【分析】利用充分条件与必要条件的定义，结合三角函数的性质求解即可.

【详解】若 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ ， $k \in \mathbf{Z}$ ，则 $\sin x = \sin\left(2k\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，充分性成立；

若 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ 或 $x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ ， $k \in \mathbf{Z}$ ，必要性不成立，

所以“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ ， $k \in \mathbf{Z}$ ”是 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的充分不必要条件.

故选：A.

15. A

【分析】等价转化 q ，结合充分条件和必要条件的定义判断结论.

【详解】点 $P(1, m)$ 在圆： $x^2 + y^2 = 5$ 外 $\Leftrightarrow 1 + m^2 > 5 \Leftrightarrow m > 2$ 或 $m < -2$ ，

故条件 q ： $m > 2$ 或 $m < -2$ ，又条件 p ： $m > 2$ ，

所以 p 是 q 的充分不必要条件.

故选：A.

16. B

【分析】求出 A, B ，根据两集合包含关系以及必要不充分条件的判断即可得到答案.

【详解】因为 $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{x} \in \mathbb{Z} \right\} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$,

$$B = \left\{ x \mid (x^2 + 5x)^2 = 36 \right\} = \{-6, 1, -3, -2\},$$

则 B 是 A 的真子集,

则 p 是 q 成立的必要不充分条件.

故选: B.

17. D

【分析】举出反例, 即可根据逻辑关系求解.

【详解】举例 $a = \frac{1}{2}, b = 1$, 满足 $\frac{1}{a} > b > 0$, 但 $4a > \frac{1}{b}$, 则正向无法推出;

举例 $a = -2, b = -1$, 满足 $4a < \frac{1}{b}$, 但不满足 $\frac{1}{a} > b > 0$, 则反向也无法推出;

则“ $\frac{1}{a} > b > 0$ ”是“ $4a < \frac{1}{b}$ ”的既不充分也不必要条件.

故选: D.

18. D

【分析】假设函数 $f(x) = \lg(x^2 - ax + 1)$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 借助对数的性质及二次函数的性质可得 a 的范围, 结合充分条件与必要条件的性质即可得解.

【详解】若 $f(x) = \lg(x^2 - ax + 1)$ 的值域为 $\mathbf{R}$,

则对 $y = x^2 - ax + 1$ 有 $\Delta = a^2 - 4 \geq 0$, 解得 $a \geq 2$ 或 $a \leq -2$,

“ $-2 < a < 2$ ”是“ $a \geq 2$ 或 $a \leq -2$ ”的既不充分也不必要条件.

故选: D.

19. B

【分析】由题意先求出 $l_1 \perp l_2$ 的充要条件, 然后根据充分不必要条件的定义判断即可.

【详解】由题设 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow a \times (3a + 1) + 2a \times (-3) = 0$,

解得 $a = 0$ 或 $a = \frac{5}{3}$.

故 $a = \frac{5}{3} \Rightarrow l_1 \perp l_2$, $l_1 \perp l_2 \nRightarrow a = \frac{5}{3}$.

所以“ $a = \frac{5}{3}$ ”是“ $l_1 \perp l_2$ ”的充分不必要条件.

故选: B.

20. D

【分析】根据面面垂直的判定定理以及性质，即可判断出答案.

【详解】由于 m 为平面 α 内一条直线. 若 $m \perp \beta$ ，则根据面面垂直的判定定理可得 $\alpha \perp \beta$ ；
当 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$ 时， m 可能平行于 β ，或与 β 斜交，不一定有 $m \perp \beta$ ，
故“ $m \perp \beta$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的充分不必要条件，
故选：D