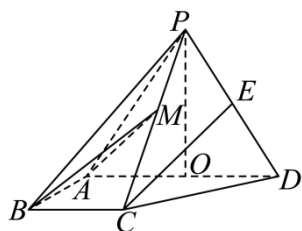


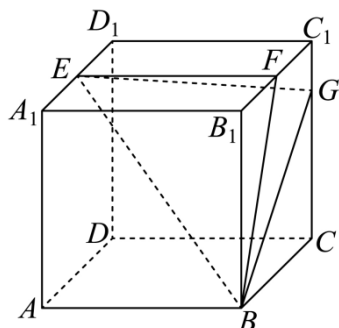
空间向量练习

一、解答题

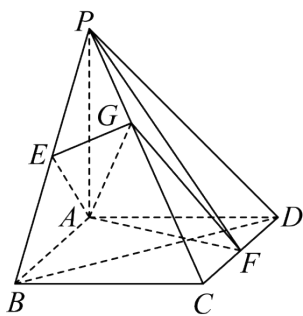
1. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAD 为等边三角形，线段 AD 的中点为 O 且 $PO \perp$ 底面 $ABCD$ ， $AB = BC = \frac{1}{2}AD = 1$ ，且 $AD \parallel BC$ 且 $AB \perp AD$ ， E 是 PD 的中点.



- (1) 证明： $CE \parallel$ 平面 PAB ；
 - (2) 求点 E 到平面 PAB 的距离；
 - (3) 点 M 在棱 PC 上，且直线 BM 与底面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ，求平面 MAB 与平面 ABD 夹角的余弦值.
2. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4， E 、 F 分别为 A_1D_1 、 C_1B_1 中点， $CG = 3GC_1$.



- (1) 求证： $GF \perp$ 平面 FBE ；
 - (2) 求平面 FBE 与平面 EBG 夹角的余弦值；
 - (3) 求三棱锥 $D-FBE$ 的体积.
3. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 正方形， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $PA = AB = 2$ ， E 、 F 分别为线段 PB 、 CD 的中点， G 为线段 PC 上的动点.

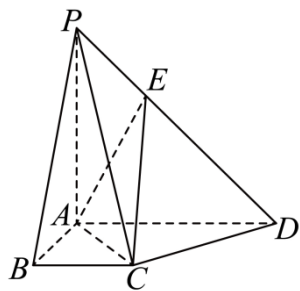


(1)证明: $EC \parallel$ 平面 PAF ;

(2)若点 G 为 PC 的中点, 求 AG 与平面 PCD 所成角的正弦值;

(3)若平面 $PCD \perp$ 平面 AEG , 求线段 PG 的长.

4. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \perp AD$, $AD \parallel BC$, $AD = AP = 3$, $DE = 2EP$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = \frac{3}{2}$.

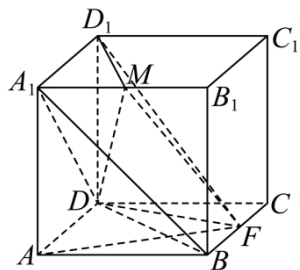


(1)求证: $PB \parallel$ 平面 ACE ;

(2)已知点 F 在棱 PD 上, 且直线 AF 与平面 ACE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{4}$, 求线段 AF 的值;

(3)求三棱锥 $P-ACE$ 的体积.

5. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M , F 分别为 A_1B_1 , BC 的中点.



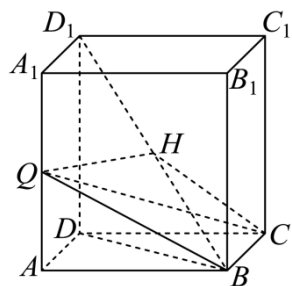
(1)求证: $AF \perp$ 平面 DD_1M ;

(2)求平面 A_1BD 与平面 DD_1M 夹角的余弦值;

(3)求三棱锥 $F-DD_1M$ 的体积.

6. 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，且 $AB=2AD=4$ ，

$DD_1=2\sqrt{3}$ ， $AD \perp BD$ ， Q ， H 分别为 AA_1 ， D_1B 的中点.



(1) 求直线 QH 与平面 HBC 所成角的正弦值；

(2) 求平面 QBH 与平面 HBC 的夹角的余弦值；

(3) 求三棱锥 $Q-HBC$ 的体积 V