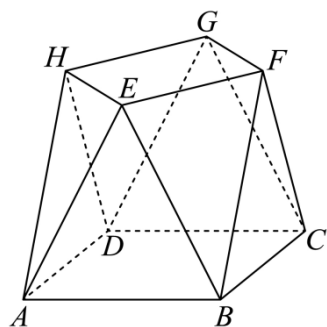


立体几何

一、单选题

1. 某同学参加综合实践活动，设计了一个封闭的包装盒，包装盒如图所示：底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形， $\triangle AEB$ ， $\triangle FBC$ ， $\triangle GCD$ ， $\triangle HDA$ 均为正三角形，且它们所在的平面都与平面 $ABCD$ 垂直，则该包装盒的容积为（ ）



- A. $2\sqrt{3} + \frac{4}{3}\sqrt{6}$ B. $\frac{20}{3}$ C. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ D. 20

2. 如图 1 的方斗杯古时候常作为盛酒的一种容器，有如图 2 的方斗杯，其形状是一个上大下小的正四棱台， $AB = 6$ ， $A_1B_1 = 2$ ，现往该方斗杯里加某种酒，当酒的高度是方斗杯高度的一半时，用酒 28ml，则该方斗杯可盛该种酒的总容积为（ ）



图1

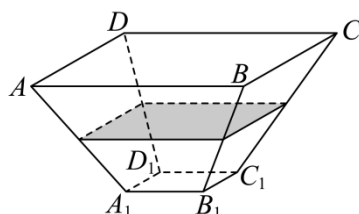
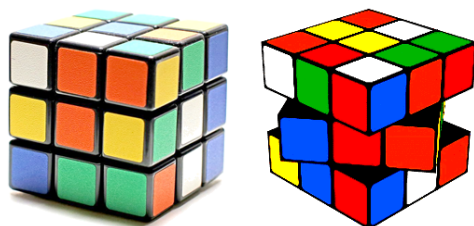


图2

- A. 74ml B. 76ml C. 104ml D. 112ml
3. 如图，一个三阶魔方由 27 个单位正方体组成，把魔方的中间一层转动了 45° 之后，表面积增加了（ ）



- A. $108 - 72\sqrt{2}$ B. $81 - 54\sqrt{2}$ C. $54 - 36\sqrt{2}$ D. $30 - 18\sqrt{2}$

4. 某同学在劳动实践课中，用四块板材制作了一个簸箕（如图 1），其底面挡板是等腰梯形，

后侧挡板是矩形，左右两侧挡板为全等的直角三角形，后侧挡板与底面挡板垂直．簸箕的造型可视为一个多面体（如图2）．若 $AB = 24\text{cm}$ ， $CD = 30\text{cm}$ ， $AE = 15\text{cm}$ ， AB 与 CD 之间的距离为 28cm ，则该多面体的体积是（ ）

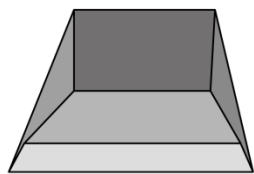


图1

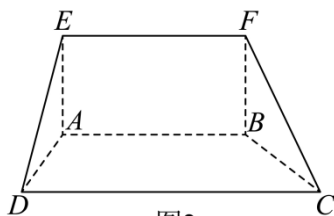


图2

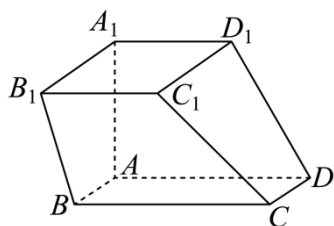
A. 5040cm^3

B. 5250cm^3

C. 5460cm^3

D. 5670cm^3

5. 如图，在六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，平面 $ABCD \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ ，四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是两个全等的矩形， $AB \parallel A_1B_1$ ， $AD \parallel A_1D_1$ ， $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB = B_1C_1 = 6$ ， $BC = A_1B_1 = 10$ ， $AA_1 = 6$ ，则六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积为（ ）



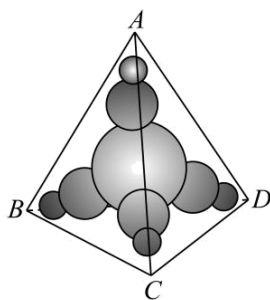
A. 288

B. 376

C. 448

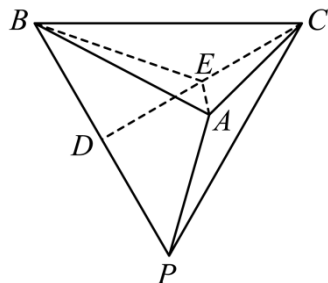
D. 600

6. 如今中国被誉为基建狂魔，可谓是逢山开路，遇水架桥.公路上里程、高铁里程双双都是世界第一.建设过程中研制出用于基建的大型龙门吊、平衡盾构机等国之重器更是世界领先.如图是某重器上一零件结构模型，中间最大球为正四面体 $ABCD$ 的内切球，中等球与最大球和正四面体三个面均相切，最小球与中等球和正四面体三个面均相切，已知正四面体 $ABCD$ 棱长为 $2\sqrt{6}$ ，则模型中九个球的表面积和为（ ）



A. 6π B. 9π C. $\frac{31\pi}{4}$ D. 21π

7. 如图所示，有一个棱长为 4 的正四面体 $P-ABC$ 容器， D 是 PB 的中点， E 是 CD 上的动点，则下列说法正确的是（ ）



① 若 E 是 CD 的中点，则直线 AE 与 PB 所成角为 $\frac{\pi}{2}$

② $\triangle ABE$ 的周长最小值为 $4 + \sqrt{34}$

③ 如果在这个容器中放入 1 个小球（全部进入），则小球半径的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

④ 如果在这个容器中放入 10 个完全相同的小球（全部进入），则小球半径的最大值为 $\sqrt{6} - 2$

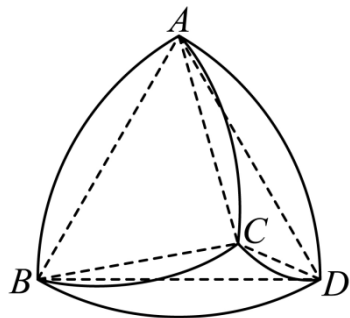
A. ①②

B. ①③

C. ②④

D. ①③④

8. 数学中有许多形状优美，寓意独特的几何体，“勒洛四面体”就是其中之一．勒洛四面体是以正四面体的四个顶点为球心，以正四面体的棱长为半径的四个球的公共部分．如图，在勒洛四面体中，正四面体 $ABCD$ 的棱长为 4，则下列结论正确的是（ ）



A. 勒洛四面体最大的截面是正三角形

B. 若 P 、 Q 是勒洛四面体 $ABCD$ 表面上的任意两点，则 PQ 的最大值为 4

C. 勒洛四面体 $ABCD$ 的体积是 $8\sqrt{6}\pi$

D. 勒洛四面体 $ABCD$ 内切球的半径是 $4 - \sqrt{6}$

9. 足球起源于中国古代的蹴鞠游戏．“蹴”有用脚蹴、踢的含义，“鞠”最早系外包皮革、内

饰米糠的球，因而“蹴鞠”就是指古人以脚蹴、踢皮球的活动，已知某“鞠”的表面上有四个点

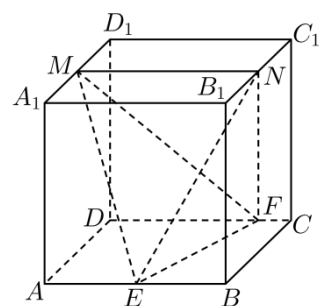
P, A, B, C ，满足 $PA=2$ ， $PA \perp$ 面 ABC ， $AC \perp BC$ ，若 $V_{P-ABC} = \frac{2}{3}$ ，则该“鞠”的体积的最小

值为（ ）

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$ B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ C. $\frac{9}{2}\pi$ D. $\frac{9}{8}\pi$

10. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=2$ ， M ， N 分别为 A_1D_1 ， B_1C_1 的中点， E ，

F 分别为棱 AB ， CD 上的动点，则三棱锥 $M-NEF$ 的体积（ ）

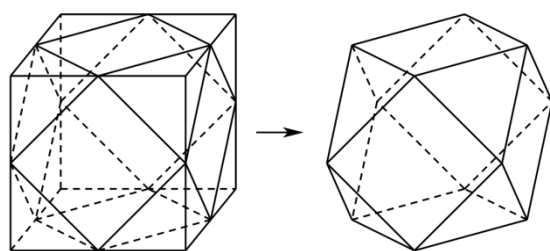


- A. 存在最大值，最大值为 $\frac{8}{3}$ B. 存在最小值，最小值为 $\frac{2}{3}$
C. 为定值 $\frac{4}{3}$ D. 不确定，与 E ， F 的位置有关

11. 半正多面体 (*semiregular solid*) 亦称“阿基米德多面体”，是由边数不全相同的正多边形

围成的多面体，体现了数学的对称美. 二十四等边体就是一种半多正多面体. 如图，棱长为

$\sqrt{2}$ 的正方体截去八个一样的四面体，就得到二十四等边体，则下列说法错误的是（ ）



- A. 该几何体外接球的表面积为 4π
B. 该几何体外接球的体积为 $\frac{4\pi}{3}$
C. 该几何体的体积与原正方体的体积比为 2:3
D. 该几何体的表面积比原正方体的表面积小

12. 棱长为 $2\sqrt{3}$ 的正四面体内切一球，然后在正四面体和该球形成的空隙处各放入一个小球，

则这些球的最大半径为（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

13. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的各顶点都在同一球面上, 且 $PA \perp$ 平面 ABC , 若该棱锥的体积为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $AB=2$, $AC=1$, $\angle BAC=60^\circ$, 则此球的表面积等于 ()

- A. 5π B. 8π C. 16π D. 20π

14. 粽子, 古时北方也称“角黍”, 是由粽叶包裹糯米、黍米等馅料蒸煮制成的食品, 是中国汉族传统节庆食物之一, 端午食粽的风俗, 千百年来在中国盛行不衰, 粽子形状多样, 馅料种类繁多, 南北方风味各有不同, 某四角蛋黄粽可近似看成一个正四面体, 蛋黄近似看成一个球体, 且每个粽子里仅包裹一个蛋黄, 若粽子的棱长为 9cm , 则其内可包裹的蛋黄的最大体积约为 ()

(参考数据: $\sqrt{6} \approx 2.45, \pi \approx 3.14$)

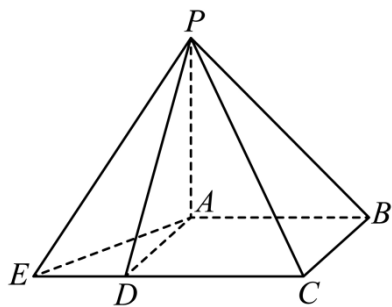


- A. 20cm^3 B. 22cm^3 C. 26cm^3 D. 30cm^3

15. 《九章算术》是我国古代的数学名著, 其中有很多对几何体体积的研究, 已知某囤积粮食的容器的下面是一个底面积为 32π , 高为 h 的圆柱, 上面是一个底面积为 32π , 高为 h 的圆锥, 若该容器有外接球, 则外接球的体积为 ()

- A. 36π B. $\frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$ C. 288π D. $\frac{256}{3}\pi$

16. 中国古代数学经典《九章算术》系统地总结了战国、秦、汉时期的数学成就, 书中将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马, 将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑. 如图为一个阳马与一个鳖臑的组合体, 已知 $PA \perp$ 平面 $ABCE$, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $AD=2$, $ED=1$, 若鳖臑 $P-ADE$ 的体积为 1, 则阳马 $P-ABCD$ 的外接球的表面积等于 ().



- A. 17π B. 18π C. 19π D. 20π

17. 在棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 为正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, P , M , N 分别为 DD_1 , AB , BC 的中点, 则四面体 $OPMN$ 的体积为 ()

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ D. $\frac{5\sqrt{2}}{6}$

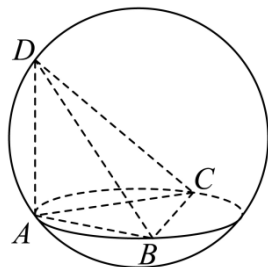
18. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为2的正方形, 且 $\angle PAB = 90^\circ$. 若四棱锥 $P-ABCD$ 的五个顶点在以4为半径的同一球面上, 当 PA 最长时, 则四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 ()

- A. $\frac{4\sqrt{45}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{41}}{3}$ C. $\frac{8\sqrt{14}}{3}$ D. $\frac{8\sqrt{15}}{3}$

19. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2, M 是棱 CC_1 的中点, 空间中的动点 P 满足 $DP \perp BM$, 且 $D_1P=1$, 则动点 P 的轨迹长度为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. 3 C. 2π D. $\frac{2\sqrt{5}\pi}{5}$

20. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的所有顶点都在球 O 的球面上, $AD \perp$ 平面 ABC , $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $AD=2$, 若球 O 的表面积为 22π , 则三棱锥 $A-BCD$ (以 A 为顶点) 的侧面积的最大值为 ()



- A. 6 B. $\frac{21}{2}$ C. $\frac{25}{2}$ D. $\frac{27}{2}$