

选填练习十

1. 已知集合 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = ()$.

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{2, 3, 4\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{0\}$

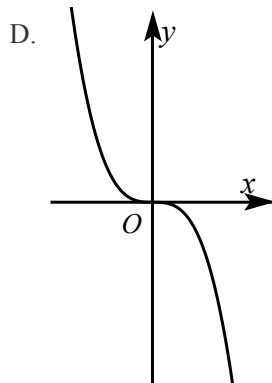
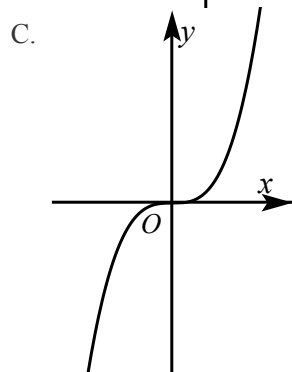
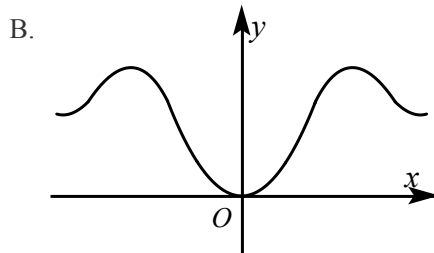
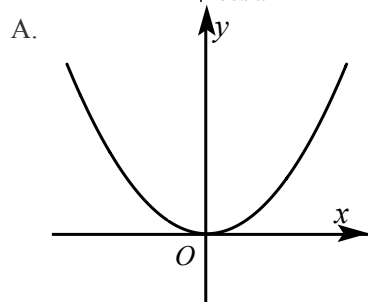
2. 命题“ $\forall x \in (-\infty, 0), 2^x \geq 3^x$ ”的否定是 () .

- A. $\exists x \in (-\infty, 0), 2^x \leq 3^x$ B. $\exists x \in (-\infty, 0), 2^x < 3^x$
C. $\forall x \in (-\infty, 0), 2^x \leq 3^x$ D. $\forall x \in (-\infty, 0), 2^x < 3^x$

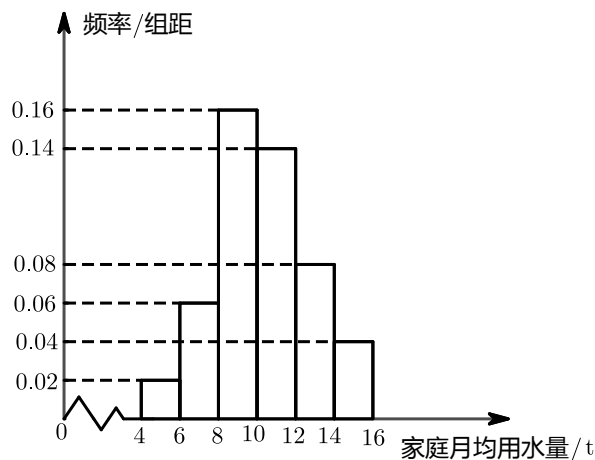
3. 若复数 $\frac{a+i}{1-2i}$ (i 是虚数单位) 是纯虚数, 则实数 a 的值为 () .

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

4. 函数 $f(x) = \frac{x(2^x + 2^{-x})}{2 + \cos x}$ 的部分图象大致为 () .



5. 某小区为了解居民用水情况, 通过随机抽样得到部分家庭月均用水量 (单位: t), 将所得数据分为6组: $[4, 6)$, $[6, 8)$, $[8, 10)$, $[10, 12)$, $[12, 14)$, $[14, 16]$, 并整理得到如下频率分布直方图, 若以频率替代概率, 从该小区随机抽取5个家庭, 则月均用水量在区间 $[8, 12)$ 内的家庭个数 X 的数学期望为 () .



- A. 3.6 B. 3 C. 1.6 D. 1.5

6. 已知抛物线 $y^2 = 4\sqrt{2}x$ 的准线与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ ($a > 0$) 相交于 A 、 B 两点, F 为抛物线的焦点, 若 $\triangle FAB$ 为直角三角形, 则实数 $a =$ ().

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

7. 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数, 且满足 $f(-x) = -f(x)$, 若 $a = -f\left(\log_3 \frac{1}{10}\right)$, $b = f(\log_3 9.1)$, $c = f(2^{0.8})$, 则 a, b, c 的大小关系为 ().

- A. $a > b > c$ B. $c > b > a$ C. $b > a > c$ D. $c > a > b$

8. 将函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标保持不变) 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则下列说法正确的是 ().

- A. $g(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ B. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称
C. $g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递减 D. $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上单调递增

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 10x + 1, & x \leq 0 \\ |\lg x|, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - a$ ($a \in \mathbf{R}$) 有四个零点 x_i ($i = 1, 2, 3, 4$), 其中 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $(x_1 + x_2)(x_3 - x_4)$ 的取值范围是 ().

- A. $(0, 99]$ B. $(0, 100]$ C. $(0, 101]$ D. $(0, +\infty)$

10. 二项式 $\left(2x - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^5$ 的展开式中含 x 项的系数为 ____.

11. 已知直线 $l: kx - y + 1 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ 相交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 2\sqrt{2}$, 则 k 的值为 ____.

12. 甲乙两人独立地破译一份密码, 已知各人能破译的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, 则两人都成功破译的概率为 ____, 密码被破译的概率为 ____.

13. 一个四棱锥的所有棱长都相等, 其表面积为 $16 + 16\sqrt{3}$, 则该四棱锥的棱长为 ____, 体积为 ____.

14. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$, 点 M 满足 $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$, 则 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ 的值为 ____ .
15. 已知实数 $a > 0$, $b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $\frac{3}{a-1} + \frac{2}{b-1}$ 的最小值为 ____ .