

选填练习八

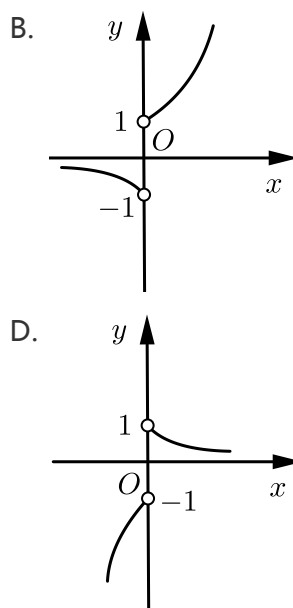
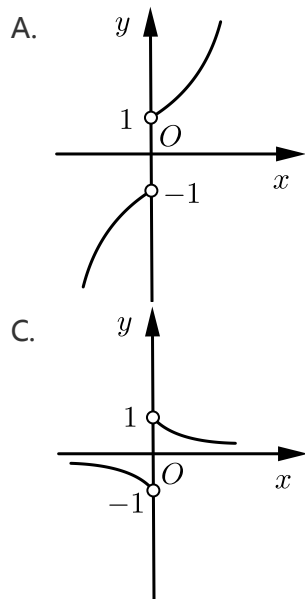
1. 已知集合 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B = ()$.

- A. $\emptyset$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{1\}$

2. " $\frac{x-2}{x+1} \geq 0$ " 是 " $|2x-1| \geq 3$ " 的 ().

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

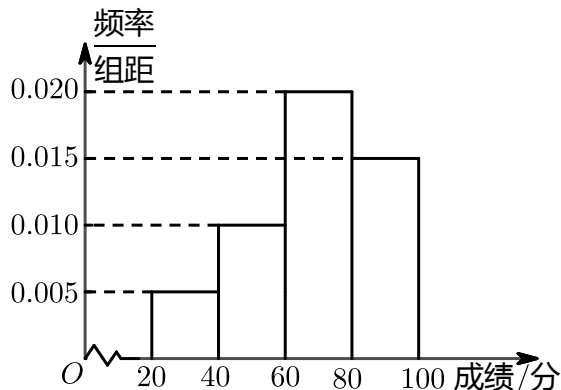
3. 函数 $f(x) = \frac{x}{|x| \cdot 3^x}$ 的图象大致为 ().



4. 已知 $a = 2021^{0.2}$, $b = 0.2^{2021}$, $c = \log 2021^{0.2}$, 则 ().

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $a > c > b$

5. 某学校组织学生参加英语测试, 成绩的频率分布直方图如图, 数据的分组依次为 $[20, 40)$, $[40, 60)$, $[60, 80)$, $[80, 100]$. 若高于60分的人数是35人, 则该班的学生人数是 ().



- A. 45 B. 50 C. 55 D. 60

6. 已知三棱锥 $S-ABC$ 外接球的球心 O 在线段 SA 上, 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle SBC$ 均为面积是 $4\sqrt{3}$ 的等边三角形, 则三棱锥 $S-ABC$ 外接球的体积为 ().

- A. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$ B. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ C. $\frac{32\sqrt{2}\pi}{3}$ D. $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$

7. 已知函数 $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, 给出下列结论:

- ① $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$;
 ② 点 $\left(\frac{2}{3}\pi, 0\right)$ 是曲线 $f(x)$ 的对称中心;
 ③ 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增;
 ④ 把函数 $y = \sin x$ 的图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到 $f(x)$ 图象.

其中正确的结论个数有 ().

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左顶点与抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点的距离为 4, 且双曲线的一条渐近线与抛物线的准线的交点坐标为 $(-2, -1)$, 则双曲线的方程为 ().

- A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ D. $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - tx + \frac{t}{2}, & x \geq 0 \\ -e^{-x}(x+1), & x < 0 \end{cases}$, (e 为自然对数的底数), 若 $f(x) + f(-x) \geq 0$ 恒成立, 则实数 t 的取值范围是 ().

- A. $[e, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $[0, e]$ D. $[0, 2e]$

10. i 是虚数单位, 复数 $z = \sqrt{3} - i + \frac{2}{\sqrt{3} - i}$, 则 $\bar{z}$ 为 _____.

11. 在 $\left(\frac{\sqrt{2}}{x} - x^2\right)^6$ 的展开式中, 常数项为 _____.

12. 已知直线 $l: mx + y - 2m - 2 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 8y = 0$ 交于 A, B 两点, 若 $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$, 则直线 l 的方程为 _____.

13. 受新冠肺炎疫情的影响, 2020 年一些企业改变了针对应届毕业生的校园招聘方式, 将线下招聘改为线上招聘. 某企业的线上招聘方式分为资料初审、笔试、面试这三个环节进行, 资料初审通过后才能进行笔试, 笔试合格后才能参加面试, 面试合格后便正式录取, 且这几个环节能否通过相互独立. 现有甲、乙两名大学生报名参加了该企业的线上招聘, 并均已通过了资料初审环节. 若甲、乙通过笔试的概率分别为 $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{3}{4}$, 甲、乙通过面试的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$, 则甲被正式录取的概率为 _____; 若甲、乙被正式录取的人数之和为变量 ξ , 则 ξ 的数学期望 $E(\xi) =$ _____.

14. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 且 $ab + 2ac = 4$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{2}{b+2c} + \frac{8}{a+b+2c}$ 的最小值是 _____.

15. 已知平面四边形 $ABCD$, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 3$, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 E 在线段 BC 上 ,
 $\angle ADE = 90^\circ$, 且 $\overrightarrow{BE} = \lambda \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = 18$, 则实数 λ 为 _____ , 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD}$ 取值范围
为 _____ .