

直线 圆 圆锥曲线基础

一、填空题

1. 若直线 l_1 的倾斜角为 135° , 直线 l_2 经过点 $P(-2,-1)$, $Q(3,-6)$, 则直线 l_1 与 l_2 的位置关系是_____.

【答案】平行或重合

【分析】求得直线 l_1 与 l_2 的斜率, 进而可得结论.

【详解】直线 l_1 的倾斜角为 135° , 故斜率 $k_{l_1} = \tan 135^\circ = -1$.

由 l_2 经过点 $P(-2,-1)$, $Q(3,-6)$, 得 $k_{l_2} = \frac{-6-(-1)}{3-(-2)} = -1$,

所以 $k_{l_1} = k_{l_2}$, 所以直线 l_1 与 l_2 平行或重合.

故答案为: 平行或重合.

2. 已知直线 $l: x+ay-5a-3=0$ 与 $\odot C: (x-1)^2+(y-2)^2=4$, 若直线 l 与 $\odot C$ 相交于 A, B 两点, 且 $|AB|=\sqrt{14}$, 则 $a=_____$.

【答案】 $-\frac{7}{17}$ 或 -1

【分析】由弦长可求得圆心到该弦的距离, 由点到直线的距离公式即可列方程求解.

【详解】若直线 l 与 $\odot C$ 相交于 A, B 两点, 且 $|AB|=\sqrt{14}$,

则圆心 C 到直线 l 的距离 $d = \sqrt{4 - \left(\frac{\sqrt{14}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $\frac{|-3a-2|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

解得 $a = -\frac{7}{17}$ 或 $a = -1$.

故答案为: $-\frac{7}{17}$ 或 -1 .

3. 平面上 $A(2,1)$ 、 $B(3,2)$ 两点的距离是_____.

【答案】 $\sqrt{2}$

【分析】根据两点距离公式即可求解.

【详解】 $|AB| = \sqrt{(3-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$,

故答案为: $\sqrt{2}$

4. 原点 $O(0,0)$ 到直线 $3x-4y-5=0$ 的距离为_____.

【答案】1

【分析】由点到直线的距离公式求解即可.

【详解】点 $O(0,0)$ 到直线 $3x-4y-5=0$ 的距离为:

$$d = \frac{|3 \times 0 - 4 \times 0 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{5}{5} = 1.$$

故答案为: 1

5. 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-3)^2 = 16$ 外切, 则实数 $a =$ _____.

【答案】 ± 4

【分析】根据圆心距与半径之和的关系即可求解.

【详解】两圆的圆心为 $(0,0)$, $(a,3)$, 半径为 1 和 4,

因为两圆外切, 则 $\sqrt{a^2 + 9} = 5$, 解得 $a = \pm 4$.

故答案为: ± 4

6. 若直线 $(k+1)x - y + 2 = 0$ 的倾斜角为 135° , 则 $k =$ _____.

【答案】-2

【分析】根据直线方程求出斜率, 再利用直线斜率与倾斜角的关系列方程求解即得.

【详解】由直线 $(k+1)x - y + 2 = 0$ 的倾斜角为 135° 可得, $\tan 135^\circ = k+1$,

解得, $k = -2$,

故答案为: -2.

7. 过圆 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 的圆心且与直线 $x+y=0$ 垂直的直线方程为_____.

【答案】 $x - y + 2 = 0$

【分析】先根据圆的标准方程求出圆心坐标, 结合两直线垂直的斜率相乘等于 -1 求得所求直线斜率, 最后点斜式写出所求直线方程;

【详解】圆 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 的圆心为 $(-2,0)$, 与直线 $x+y=0$ 垂直的直线的斜率为 1,

所以所求直线为 $y-0=1 \cdot (x+2)$, 即 $x - y + 2 = 0$.

故答案为: $x - y + 2 = 0$.

8. 圆 $C_1: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 与圆 $C_2: (x-4)^2 + (y-4)^2 = 18$ 的位置关系为_____.

【答案】相交

【分析】计算两圆的圆心距, 再与两圆半径比较即得.

【详解】由圆 C_1, C_2 的方程可知, 两圆圆心分别为 $C_1(1, 0), C_2(4, 4)$, 半径分别为

$$r_1 = 1, r_2 = 3\sqrt{2},$$

$$\text{由 } |C_1C_2| = \sqrt{(1-4)^2 + (0-4)^2} = 5, \text{ 显然 } 3\sqrt{2} - 1 < |C_1C_2| < 3\sqrt{2} + 1,$$

故圆 C_1 与圆 C_2 相交.

故答案为: 相交.

9. 已知点 $P(1, -5)$, 则该点与圆 $x^2 + y^2 = 25$ 的位置关系是_____.

【答案】在圆的外部

【分析】由点到圆心的距离与圆的半径比较大小即得.

【详解】由圆 $x^2 + y^2 = 25$ 的圆心 $(0, 0)$ 到点 $P(1, -5)$ 的距离为 $d = \sqrt{1^2 + (-5)^2} = \sqrt{26} > 5 = r$,

知点 $P(1, -5)$ 在圆的外部.

故答案为: 在圆的外部.

10. 某圆的圆心为 $(2, -1)$, 且过点 $(4, -2)$, 则圆的标准方程是_____.

$$\text{【答案】 } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

【分析】根据题意求出圆的半径, 即可得解.

$$\text{【详解】由题意半径 } r = \sqrt{(4-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{5},$$

$$\text{所以圆的标准方程为 } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5.$$

$$\text{故答案为: } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5.$$

11. 方程 $\frac{x^2}{1+m} + \frac{y^2}{m-2} = 1$ 表示双曲线, 则 m 的取值范围是_____.

$$\text{【答案】 } -1 < m < 2$$

【分析】通过双曲线的标准方程, 列出不等式, 求解即可.

【详解】方程 $\frac{x^2}{1+m} + \frac{y^2}{m-2} = 1$ 表示双曲线,

可得 $(1+m)(m-2) < 0$,

解得 $-1 < m < 2$,

故答案为: $-1 < m < 2$.

12. 焦点在 x 轴上, 短轴长为 8, 离心率为 $\frac{3}{5}$ 的椭圆的标准方程是_____.

【答案】 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

【分析】利用题设中的相关量和椭圆中 a, b, c 的数量关系, 建立方程组, 解之即得.

【详解】由题意,
$$\begin{cases} 2b = 8 \\ \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases},$$

又椭圆的焦点在 x 轴上, 故椭圆的标准方程是 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

故答案为: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

13. 抛物线 $x^2 = \frac{1}{a}y$ 的准线方程是 $y = 2$, 则实数 a 的值为_____.

【答案】 $-\frac{1}{8}/-0.125$

【分析】对比抛物线准线方程即可列方程求解参数.

【详解】由题意 $-\frac{1}{4a} = 2$, 解得 $a = -\frac{1}{8}$.

故答案为: $-\frac{1}{8}$.

14. 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $A(2, 2)$, 则点 A 到抛物线准线的距离为_____.

【答案】 $\frac{5}{2}$

【分析】将已知点代入抛物线方程求得 p , 结合抛物线定义求解即可.

【详解】由题意 $2^2 = 2p \times 2$, 解得 $p = 1$, 所以抛物线的准线为 $x = -\frac{1}{2}$,

故所求为 $2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

故答案为: $\frac{5}{2}$.

15. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \sqrt{2}x$, 则双曲线的离心率为_____.

【答案】 $\sqrt{3}$

【分析】根据根据渐近线方程求出 $\frac{b}{a}$ ，再根据离心率公式即可得解.

【详解】因为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \sqrt{2}x$ ，
所以 $\frac{b}{a} = \sqrt{2}$ ，

所以双曲线的离心率 $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{3}$ 。

故答案为： $\sqrt{3}$ 。

16. 若方程 $\frac{x^2}{6-m} + \frac{y^2}{m-4} = 1$ 表示椭圆，则 m 的取值范围是_____。

【答案】 $(4,5) \cup (5,6)$

【分析】表示椭圆的条件是分母都大于 0，且分母不相等。

【详解】由题意可知 $\begin{cases} 6-m > 0 \\ m-4 > 0 \\ 6-m \neq m-4 \end{cases} \Rightarrow 4 < m < 6 \text{ 且 } m \neq 5$ 。

故答案为： $(4,5) \cup (5,6)$

17. 双曲线 $y^2 - x^2 = 1$ 的焦点坐标是_____。

【答案】 $(0, \sqrt{2})$ ， $(0, -\sqrt{2})$

【分析】根据双曲线的方程可得答案。

【详解】因为双曲线 $y^2 - x^2 = 1$ 的焦点在 y 轴上，

$a^2 = b^2 = 1$ ， $c = \sqrt{2}$ ，

所以双曲线 $y^2 - x^2 = 1$ 的焦点坐标是 $(0, \sqrt{2})$ ， $(0, -\sqrt{2})$ 。

故答案为： $(0, \sqrt{2})$ ， $(0, -\sqrt{2})$ 。

18. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦距是_____。

【答案】 $2\sqrt{5}$

【分析】利用给定的椭圆方程，求出椭圆半焦距即可得解。

【详解】椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的长半轴长 $a = 3$ ，短半轴长 $b = 2$ ，因此半焦距 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5}$ ，

所以椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦距是 $2\sqrt{5}$ 。

故答案为: $2\sqrt{5}$

19. 已知 P 是椭圆 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 上的点, F_1, F_2 是椭圆的两个焦点. 若 $|PF_1| = 6$, 则 $|PF_2| = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】14

【分析】利用椭圆的定义求解即可.

【详解】因为 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$, 所以 $2a = 20$, 又 $|PF_1| = 6$, 则 $|PF_2| = 20 - 6 = 14$.

故答案为: 14.

20. 已知双曲线 C 的焦点为 $(-2, 0)$ 和 $(2, 0)$, 一条渐近线方程为 $y = \sqrt{3}x$, 则 C 的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

【分析】由焦点坐标以及渐近线方程列式求出 a, b 即可得解.

【详解】双曲线 C 的焦点在 x 轴上, 设 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$,

由题意 $c = 2, \frac{b}{a} = \sqrt{3}, a^2 + b^2 = c^2$, 解得 $a = 1, b = \sqrt{3}$,

所以 C 的方程为 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$.

故答案为: $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$.