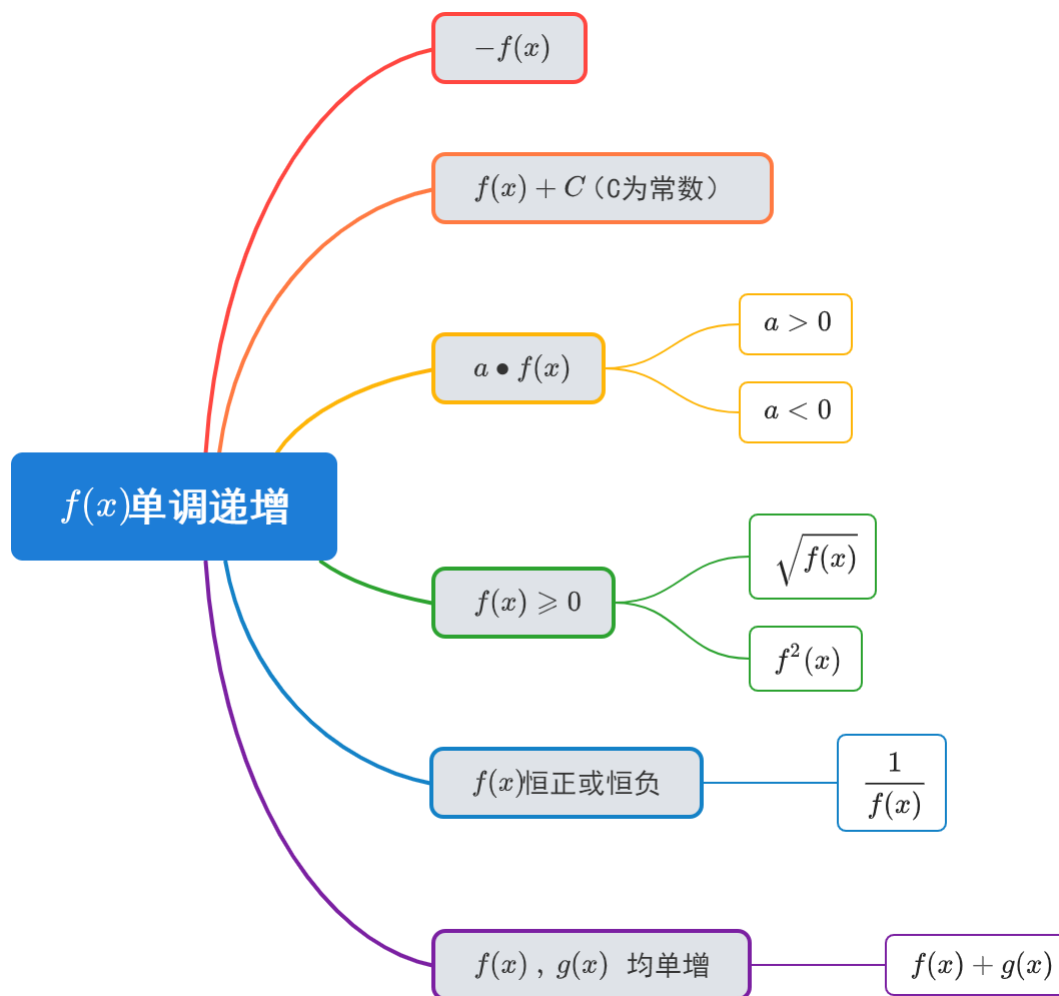


第 1 讲

函数的单调性与奇偶性

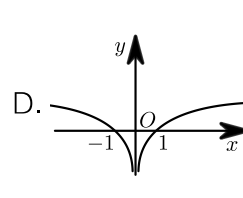
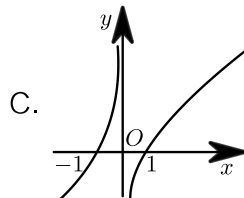
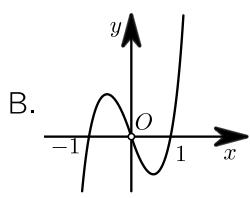
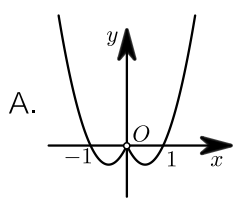


知识梳理 —— 判断函数单调性的常用结论



利用单调性、奇偶性判断函数图像

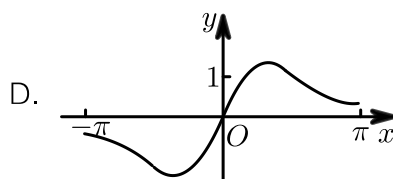
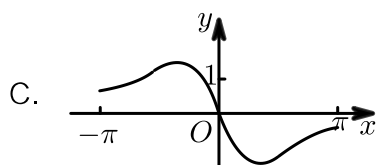
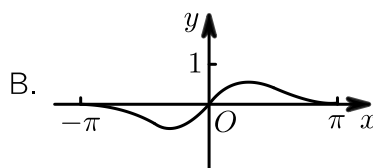
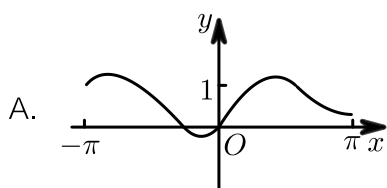
1 函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x|}$ 图象大致为 ().



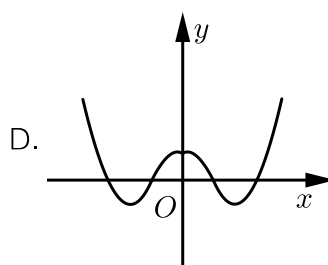
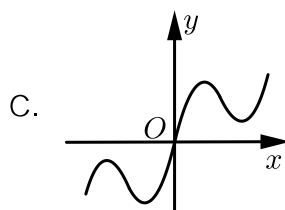
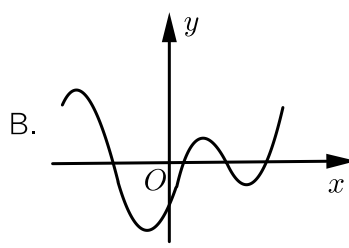
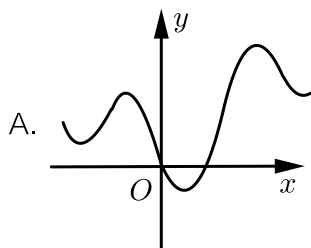


利用赋特殊值、判断函数值正负等附加条件

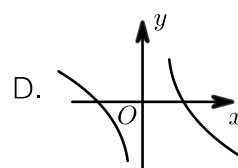
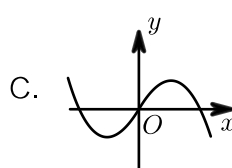
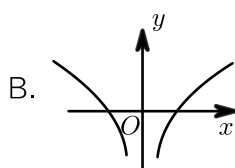
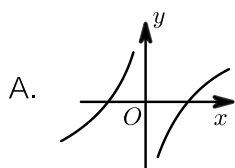
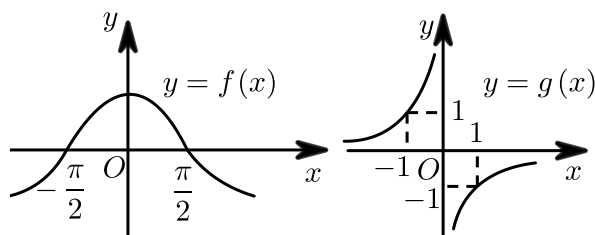
- 2 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ().



- 3 函数 $y = |x| - \sin(3x)$ 的图象可能是下列图象中的 ().

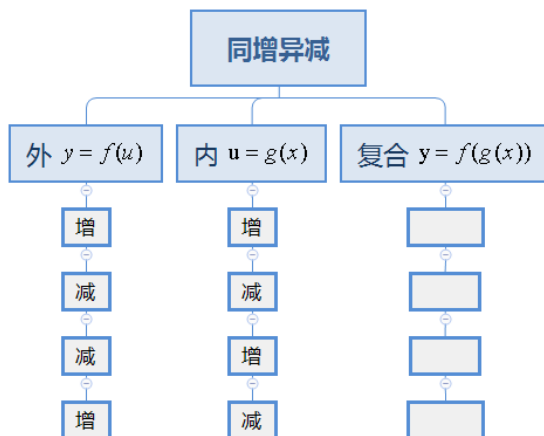


- 4 函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图象如图所示, 则 $y = f(x) \cdot g(x)$ 的部分图象可能是 ().



知识梳理 —— 判断复合函数单调性

复合函数单调性可简记为“**同增异减**”，即内外函数的单调性相同时递增，相异时递减。



复合函数单调性

- 5 函数 $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$ 的单调减区间为 ().
 A. $(-\infty, 2]$ B. $[-1, 2]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[2, 5]$
- 6 已知函数 $f(x) = \sqrt{x-2}$, 若 $f(2a^2 - 5a + 4) < f(a^2 + a + 4)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
 A. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$ B. $[2, 6)$
 C. $(0, \frac{1}{2}] \cup [2, 6)$ D. $(0, 6)$
- 7 若函数 $f(x) = \sqrt{5 + ax - x^2}$ 在区间 $[1, 2]$ 上单调递减, 则 a 的取值范围是 ().
 A. $(-\infty, 2]$ B. $[-4, 2]$ C. $[-\frac{1}{2}, 2]$ D. $[-1, 2]$

知识梳理 —— 判断函数奇偶性

1. 判断函数奇偶性的基本公式

① _____, 那么 $f(x)$ 就叫做奇函数.

② _____, 那么 $f(x)$ 就叫做偶函数.

2. 重要结论

① 若 **奇函数** 在原点有定义, 则 $f(0) = 0$

② **其定义域关于原点对称**: 在奇函数和偶函数的定义中, 若 x 是其定义域内的一个数值, 则 $-x$ 必然也在其中, 否则就不满足奇函数或者偶函数的初始条件, 即这个函数既不是奇函数也不是偶函数 (非奇非偶函数)

3. 函数奇偶性的运算性质

设 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域分别为 D_1 , D_2 , 则在公共定义域上, 有如下结论:

$f(x)$	偶函数	偶函数	奇函数	奇函数
$g(x)$	偶函数	奇函数	偶函数	奇函数
$f(x) + g(x)$				
$f(x) - g(x)$				
$f(x) \cdot g(x)$				
$f(g(x))$				



函数的单调性与奇偶性的应用



比较大小

8 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 在 $(-\infty, 0]$ 上有单调性, 且 $f(-2) < f(1)$, 则下列不等式成立的是 ().

A. $f(-1) < f(2) < f(3)$

B. $f(2) < f(3) < f(-4)$

C. $f(-2) < f(0) < f\left(\frac{1}{2}\right)$

D. $f(5) < f(-3) < f(-1)$

9 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 其图象关于 y 轴对称, 且当 $x_1 > x_2 \geq 0$ 时, 满足 $[f(x_1) - f(x_2)](x_1 - x_2) > 0$, 则 $f(-2)$, $f(1)$, $f(3)$ 的大小关系为 ().

A. $f(-2) < f(1) < f(3)$

B. $f(1) < f(-2) < f(3)$

C. $f(3) < f(-2) < f(1)$

D. $f(3) < f(1) < f(-2)$



包罗万象 举一千从

10 已知函数 $y = f(x)$ 是 $(-1, 1)$ 上的偶函数, 且在区间 $(-1, 0)$ 是单调递增的, A, B, C 是锐角 $\triangle ABC$ 的三个内角, 则下列不等式中一定成立的是 ().

A. $f(\sin A) > f(\cos A)$

B. $f(\sin A) > f(\cos B)$

C. $f(\cos C) > f(\sin B)$

D. $f(\sin C) > f(\cos B)$



求解不等式

11 已知 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称, 且在区间 $(-\infty, 0]$ 单调递减, 则满足 $f(3x+1) < f\left(\frac{1}{2}\right)$ 的实数 x 的取值范围是 ().

A. $\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right)$

B. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right)$

C. $\left[-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right)$

D. $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right)$

- 12 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则满足 $f(\sqrt{2x+3}) < f(x)$ 的 x 取值范围是 ().
- A. $(3, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
 C. $\left[-\frac{3}{2}, -1\right) \cup (3, +\infty)$ D. $(-1, 3)$

毫厘不伐 将用斧柯

- 13 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\{x|x \neq 0\}$ 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则使得 $f(x) > f(2x-1)$ 成立的 x 的取值范围是 ().
- A. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$
 C. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ D. $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$
- 14 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的增函数, 且 $f(x-1) < f(1-3x)$, 则 x 的取值范围是 _____.

- 15 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足对任意的 $x_1, x_2 \in (0, +\infty) (x_1 \neq x_2)$, 有 $(x_2 - x_1)(f(x_2) - f(x_1)) > 0$. 则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围是 ().
- A. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

借助图像与 x 轴的关系求解不等式

- 16 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 又 $f(3) = 0$, 则不等式 $(x-1)f(x) < 0$ 的解集是 ().
- A. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ B. $(-3, 0) \cup (1, +\infty)$
 C. $(-3, 0) \cup (0, 3)$ D. $(-3, 0) \cup (1, 3)$
- 17 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0] (x_1 \neq x_2)$, 有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$, 且 $f(2) = 0$, 则不等式 $\frac{2f(x) + f(-x)}{5x} < 0$ 解集是 ().
- A. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ C. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-2, 0) \cup (0, 2)$
- 18 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 且 $f(2) = 0$, 则满足 $xf(x-1) \geq 0$ 的 x 的取值范围是 ().
- A. $[-1, 1] \cup [3, +\infty)$ B. $[-3, -1] \cup [0, 1]$ C. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ D. $[-1, 0] \cup [1, 3]$

- 19 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 且 $f(1) = 0$, 则不等式 $x[f(x) - f(-x)] < 0$ 的解集为 ().

A. $\{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$ B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } 0 < x < 1\}$
C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$ D. $\{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 1\}$

精进不休 日新月异

- 20 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $f(-1) = 0$, 若对任意 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$, 且 $x_1 \neq x_2$ 时, 都有 $\frac{x_1 f(x_1) - x_2 f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 ().

A. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ B. $(-1, 0) \cup (0, 1)$
C. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ D. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

知识梳理 —— 分段函数

1. 分段函数的常用解题思路

- (1) 在研究分段函数时, 要服从先局部后整体的原则, **先确定自变量的数值属于哪个区间**, 从而选择相应的对应关系.
- (2) 画分段函数的图象时, **依次做出各个分区间内的函数图象**, 然后组合在一起就是整个分段函数的图象.
- (3) **分段函数的值域是各段函数在相应区间上值域的并集**. 这给我们提供一种求解分段函数值域的方法, 即先求出各个子函数的值域, 然后将值域取并集即可.

2. 研究分段函数的单调性: 服从的原则还是先局部后整体

- (1) 方法一: 做出图象然后由图象观察
- (2) 方法二: 若函数 $f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x \in [a, b) \\ f_2(x), & x \in [b, c] \end{cases}$,

若要保证 $f(x)$ 在定义域 $[a, c]$ 内单调递增, 则需要满足下面三个条件:

① $f_1(x)$ 在区间 $[a, b)$ 上单调递增; ② $f_2(x)$ 在区间 $[b, c]$ 上单调递增; ③ $f_1(b) \leq f_2(b)$



分段函数单调性的应用



求解参数取值范围 (参数在函数上)

- 21 已知 $f(x) = \begin{cases} (4-a)x^2 + 2x + 3, & x \geq -1 \\ -\frac{a}{2x}, & x < -1 \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 则实数 a 的取值范围 ().

A. $[3, 4)$ B. $\left[3, \frac{10}{3}\right]$ C. $\left[\frac{10}{3}, 4\right)$ D. $(0, 4)$

- 22 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x-1, & x \leq 1 \\ \frac{ax+1}{x+a}, & x > 1 \end{cases}$ 满足对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 且 $x_1 \neq x_2$ 都有: $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $(1, 4]$ B. $(2, 4]$ C. $(2, 4)$ D. $(2, +\infty)$



求解参数取值范围 (参数在定义域上)

- 23 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq t \\ x, & 0 < x < t \end{cases}$ ($t > 0$) 是区间 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 则 t 的取值范围是 ____.



利用分段函数单调性求解不等式

- 24 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 1 \\ -x^2 + 2x, & x < 1 \end{cases}$, 若 $f(4-3a) < f(a)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $(1, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, 1)$
- 25 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2ax - 2a, & x \geq 1 \\ ax + 1, & x < 1 \end{cases}$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减, 且满足 $f(2a+3) > f(1-a)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $[-2, 0)$ B. $\left[-2, -\frac{2}{3}\right)$ C. $[-2, 1]$ D. $\left(-\frac{2}{3}, 1\right]$



精进不休 日新月异

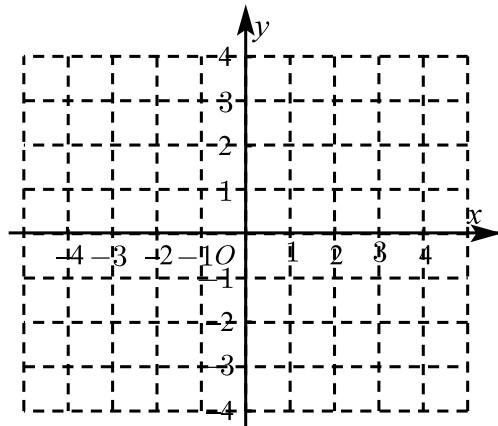
- 26 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x-2) + f(x^2-4) < 0$ 的解集为 ().
- A. $(-1, 6)$ B. $(-6, 1)$ C. $(-3, 2)$ D. $(-2, 3)$
- 27 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0 \\ 4x - x^2, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(2-a^2) > f(a)$, 则实数 a 的取值范围为 ____.
- 28 已知分段函数 $f(x) = \begin{cases} 4+x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(f(a)) \geq f(f(a)+1)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $(-1, 0)$ B. $[-1, 0]$ C. $(-5, -4]$ D. $[-5, -4]$

毫厘不伐 将用斧柯

29 已知函数 $f(x) = a|x| + x + 1$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数, 求实数 a 的取值范围.

(2) 当 $a = 1$ 时, 作出函数 $f(x)$ 的图象, 并解不等式 $f(1-x) > f(x^2 + 1)$.



第 2 讲

函数的对称性与周期性





函数的对称性与周期性的判断

1. 判断下面函数满足的对称性

- ① $f(-x) = f(x)$: _____
- ② $f(-x) = -f(x)$: _____
- ③ $f(a+x) = f(a-x)$ 或 $f(x) = f(2a-x)$: _____
- ④ $f(x) = 2b - f(2a-x)$ 或 $f(a+x) - b = b - f(a-x)$: _____

2. 利用迭代法推导下列函数的周期性 ——

函数 $y = f(x)$ 满足对定义域内任一实数 x (其中 a 为常数),

- ① $f(x) = f(x+a)$, 则 $y = f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;
- ② $f(x+a) = -f(x)$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;
- ③ $f(x+a) = \pm \frac{1}{f(x)}$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;
- ④ $f(x+a) = f(x-a)$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;
- ⑤ $f(x+a) = \frac{1-f(x)}{1+f(x)}$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;
- ⑥ $f(x+a) = -\frac{1-f(x)}{1+f(x)}$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;
- ⑦ $f(x+a) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;



函数对称性与周期性的一般应用



利用对称性与奇偶性进行赋值运算

- 1 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 2 已知奇函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称, 且 $f(m) = 3$, 则 $f(m-4)$ 的值为 _____.



利用周期性 with 奇偶性进行赋值运算

- 3 设偶函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+3) = -\frac{1}{f(x)}$, 且当 $x \in [-3, -2]$ 时 $f(x) = 4x$, 则 $f(113.5) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 4 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+5) = f(x)$, 且当 $x \in \left(0, \frac{5}{2}\right)$ 时, $f(x) = x^3 - 3x$, 则 $f(2019) = (\quad)$.
- A. 2 B. -18 C. 18 D. -2

- 5 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $f(x+2) = -\frac{1}{f(x)}$, 当 $0 < x \leq 1$ 时, $f(x) = x(x+1)$, 则 $f(4) + f(5) = (\quad)$.
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

精进不休 日新月异

- 6 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(2018) = (\quad)$.
- A. 50 B. 2 C. 0 D. -2018
- 7 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) \cdot f(x) = 1$ 对于 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 且 $f(x) > 0$, 则 $f(2015) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 8 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$. 当 $x < 0$ 时, $f(x) = x^3 - 1$; 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(-x) = -f(x)$; 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $f\left(x + \frac{1}{2}\right) = f\left(x - \frac{1}{2}\right)$. 则 $f(6) = (\quad)$.
- A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

豪厘不伐 将用斧柯

- 9 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上以 1 为周期的函数, 若 $g(x) = f(x) - 2x$ 在区间 $[2, 3]$ 上的值域为 $[-2, 6]$, 则函数 $g(x)$ 在 $[-2017, 2017]$ 上的值域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

包罗万象 举一千从

- 10 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x+3) = -f(x)$. 且 $\tan \alpha = 2$, 则 $f(15 \sin \alpha \cos \alpha)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

比较大小

- 11 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$, 满足 $f(x-4) = -f(x)$ 且在区间 $[0, 2]$ 上是增函数, 则 $(\quad)$.
- A. $f(-25) < f(80) < f(11)$ B. $f(80) < f(11) < f(-25)$
C. $f(11) < f(80) < f(-25)$ D. $f(-25) < f(11) < f(80)$
- 12 已知偶函数 $f(x)$ 对于任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+1) = -f(x)$, 且 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是单调递增的, 则 $f(-6.5)$, $f(-1)$, $f(0)$ 的大小关系是 $(\quad)$.
- A. $f(0) < f(-6.5) < f(-1)$ B. $f(-6.5) < f(0) < f(-1)$
C. $f(-1) < f(-6.5) < f(0)$ D. $f(-1) < f(0) < f(-6.5)$



- 13 已知函数 $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$ ，且满足下列三个条件：①任意 $x_1 \neq x_2 \in (-4, 0)$ ，都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$ ；② $f(x) = -f(x+4)$ ；③ $y = f(x+4)$ 为偶函数，则 () .
- A. $f(2019) > f(15) > f(2)$ B. $f(15) > f(2) > f(2019)$
C. $f(2) > f(15) > f(2019)$ D. $f(2) > f(2019) > f(15)$
- 14 $\mathbf{R}$ 上函数 $y = f(x)$ 满足①对 $\forall x \in \mathbf{R}$ ，都有 $f(x+1) = \frac{1}{f(x)}$ ② $y = f(x+1)$ 是偶函数③对 $\forall x_1, x_2 \in [0, 1]$ ，且 $x_1 < x_2$ 都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ， $[0, 1]$ 上递减，则 $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ， $f(2)$ ， $f(3)$ 的大小关系为 () .
- A. $f(3) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f(2)$ B. $f(3) < f(2) < f\left(\frac{3}{2}\right)$
C. $f(2) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f(3)$ D. $f\left(\frac{3}{2}\right) < f(2) < f(3)$
- 15 已知 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数， $f(x+2)$ 也是奇函数，当 $x \in (0, 2)$ 时， $f(x) = 2x - x^2$ ，则 $f(-1)$ ， $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ， $f(\pi)$ 的大小关系是 () .
- A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f(-1) < f(\pi)$ B. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f(\pi) < f(-1)$
C. $f(-1) < f(\pi) < f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ D. $f(-1) < f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f(\pi)$
- 16 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+3) = -\frac{1}{f(x)}$ ，且 $y = f(x+3)$ 为偶函数，若 $f(x)$ 在 $(0, 3)$ 内单调递减，则下面结论正确的是 () .
- A. $f(-4.5) < f(3.5) < f(12.5)$ B. $f(3.5) < f(-4.5) < f(12.5)$
C. $f(12.5) < f(3.5) < f(-4.5)$ D. $f(3.5) < f(12.5) < f(-4.5)$



- 17** 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = f(x)$, 且在 $[-3, -2]$ 上是减函数, α, β 是钝角三角形的两个锐角, 则下列结论正确的是 ().
- A. $f(\sin \alpha) > f(\cos \beta)$
- B. $f(\cos \alpha) < f(\cos \beta)$
- C. $f(\cos \alpha) > f(\cos \beta)$
- D. $f(\sin \alpha) < f(\cos \beta)$



求解不等式

- 18 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 5 为周期的奇函数, 若 $f(2) > 1$, $f(3) = \frac{a^2 + a + 3}{a - 3}$, 则 a 的取值范围是 _____.
- 19 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的偶函数, 若 $f(1) < 1$, $f(5) = \frac{2a - 3}{a + 1}$, 则实数 a 的取值范围 ().
- A. $(-2, 0)$ B. $(-1, 0)$ C. $(-1, 2)$ D. $(-1, 4)$
- 20 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 若函数 $y = f(x + 2)$ 为偶函数, 且 $f(x)$ 对任意数 $x_1, x_2 \in [2, +\infty)$ ($x_1 \neq x_2$), 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$, 若 $f(a) \leq f(3a + 1)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ B. $[-2, -1]$ C. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ D. $(\frac{3}{4}, +\infty)$
- 21 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(2 - x) + (2 + x) = 0$, 该函数在 $(2, +\infty)$ 上单调递增, 且 $f(3) = 0$, 求不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集.
- 22 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(1 - x) = f(1 + x)$, 当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = x - \frac{2}{x}$, 则 $\{x | f(x + 2) > 1\} =$ ().
- A. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 0\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$
C. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$ D. $\{x | x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$



利用函数图像研究根的分布

- 23 已知函数 $f(x) = x - [x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数. 若关于 x 的方程 $f(x) = kx + k$ 有三个不同的实根, 则实数 k 的取值范围是 ().
- A. $[-1, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{4}, \frac{1}{3}]$ B. $(-1, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$
C. $[-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{2}, 1]$ D. $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}] \cup [\frac{1}{2}, 1)$



豪厘不伐 将用斧柯

- 24 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4 - x^2}, & x \in (-2, 2] \\ 1 - |x - 3|, & x \in (2, 4] \end{cases}$ 满足 $f(x - 3) = f(x + 3)$, 若在区间 $[-4, 4]$ 内关于 x 的方程 $3f(x) = k(x - 5)$ 恰有 4 个不同的实数解, 则实数 k 的取值范围是 _____.

- 25 已知 $f(x) = k(x+1)$, 其中 $k > 0$. 设 $g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的周期函数, 且 $g(x)$ 的周期为 2, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $g(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{2}{3}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 若在区间 $(0, 6]$ 上, 关于 x 的方程 $f(x) = g(x)$ 恰有 4 个不同的实数根, 则 k 的取值范围是 ().

- A. $\left(\frac{2}{21}, \frac{1}{9}\right) \cup \left(\frac{2}{15}, \frac{1}{6}\right)$ B. $\left[\frac{2}{21}, \frac{1}{9}\right) \cup \left(\frac{2}{15}, \frac{1}{6}\right)$
C. $\left[\frac{2}{21}, \frac{1}{9}\right) \cup \left[\frac{2}{15}, \frac{1}{6}\right]$ D. $\left[\frac{2}{21}, \frac{1}{9}\right] \cup \left[\frac{2}{15}, \frac{1}{6}\right]$

- 26 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a - x^2 - 4x & (x < 0) \\ f(x-2) & (x \geq 0) \end{cases}$, 且函数 $y = f(x) - 2x$ 恰有三个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $[-4, +\infty)$ B. $[-8, +\infty)$ C. $[-4, 0]$ D. $(0, +\infty)$

- 27 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \in [0, 1) \\ 2 - x^2, & x \in [-1, 0) \end{cases}$, 且 $f(x+2) = f(x)$. 若方程 $f(x) - kx - 2 = 0$ 有三个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是 ().

- A. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$
C. $\left(-1, -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$ D. $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$