

复数

1. 若 $z = 1 + 2i$, 则 $\frac{4i}{z \cdot \bar{z} - 1} = (\quad)$.

A. 1

B. -1

C. i

D. -i

【答案】 C

【解析】 $\because z = 1 + 2i$,

$$\therefore \bar{z} = 1 - 2i,$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{4i}{z \cdot \bar{z} - 1} &= \frac{4i}{(1 + 2i)(1 - 2i) - 1} \\ &= \frac{4i}{1 + 4 - 1} \\ &= i.\end{aligned}$$

故选C.

【标注】 【知识点】 复数的四则运算综合

2. 设 i 是虚数单位, a 为实数, 若复数 $a + \frac{10}{3+i}$ 是纯虚数, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 -3

【解析】 $\because a + \frac{10}{3+i} = a + \frac{10(3-i)}{(3+i)(3-i)} = a + 3 - i$.

$\because$ 为纯虚数.

$$\therefore a + 3 = 0, a = -3.$$

【标注】 【知识点】 实数、虚数、纯虚数; 复数的四则运算综合

【素养】 数学运算

3. 已知 $a \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位, 若 $z = a + \sqrt{3}i$, $z \cdot \bar{z} = 4$, 则 $a = (\quad)$.

A. 1或-1

B. $\sqrt{7}$ 或 $-\sqrt{7}$

C. $-\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3}$

【答案】 A

【解析】 由 $z = a + \sqrt{3}i$, $z \cdot \bar{z} = 4$, 得 $a^2 + 3 = 4$, 所以 $a = \pm 1$, 故选A.

【标注】 【知识点】 复数的乘法和除法

4. i 是虚数单位，复数 z 满足 $(1+i)z=2$ ，则 z 的实部为_____.

【答案】 1

【解析】 $\because z = \frac{2}{1+i} = 1-i$ ，
 $\therefore z$ 的实部为1.

【标注】 【知识点】 复数的四则运算综合；实部与虚部

【素养】 数学运算

5. 设 i 是虚数单位，若复数 $a - \frac{10}{3-i} (a \in \mathbf{R})$ 是纯虚数，则 a 的值为_____.

【答案】 3

【解析】 解： $\because$ 复数 $a - \frac{10}{3-i} = a - \frac{10(3+i)}{(3-i)(3+i)} = a - 3 - i$ 是纯虚数，
 $\therefore a - 3 = 0$ ， $\therefore a = 3$ ，
故答案为3.

【标注】 【知识点】 复数的四则运算综合

6. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ ，则 $|z| =$ ()
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

【答案】 C

【解析】 由题意知： $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i = \frac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} + 2i = -i + 2i = i$ ，
则 $|z| = 1$.
故选C.

【标注】 【知识点】 复数的模；复数的四则运算综合

7. 计算复数 $\frac{7+i}{3+4i} =$ _____.

【答案】 $1-i$

【解析】 $\frac{7+i}{3+4i} = \frac{(7+i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}$
 $= \frac{21+4+3i-28i}{25}$

$$= 1 - i .$$

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法；复数的四则运算综合

8. 已知 i 是虚数单位，复数 $(2 + i)^2$ 的共轭复数虚部为 _____

【答案】 -4

【解析】 略

【标注】 【素养】数学运算

9. 已知 i 为虚数单位，若复数 $\frac{m + 2i}{1 - i}$ 为纯虚数，则实数 $m =$ _____ .

【答案】 2

【解析】 $\frac{m + 2i}{1 - i} = \frac{(m + 2i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} = \frac{m - 2 + (m + 2)i}{2}$,

复数 $\frac{m + 2i}{1 - i}$ 为纯虚数，则 $\frac{m - 2}{2} = 0$,

即 $m = 2$.

【标注】 【知识点】复数的四则运算综合；实数、虚数、纯虚数

【素养】 数学运算

10. 若复数 z 满足 $2z + \bar{z} = 3 - 2i$ ，其中 i 为虚数单位，则 $z =$ _____ .

【答案】 $1 - 2i$

【解析】 设 $z = a + bi$ (a, b 是实数) ,

则 $\bar{z} = a - bi$,

$\therefore 2z + \bar{z} = 3 - 2i$,

$\therefore 2a + 2bi + a - bi = 3 - 2i$,

$\therefore 3a = 3$, $b = -2$,

解得 $a = 1$, $b = -2$,

则 $z = 1 - 2i$.

故答案为： $1 - 2i$.

【标注】 【知识点】共轭复数；复数相等；复数的加法和减法

11. 复数 $\frac{2+i}{1-2i}$ 的共轭复数是 () .

A. $-\frac{3}{5}i$

B. $\frac{3}{5}i$

C. $-i$

D. i

【答案】 C

【解析】 方法1：因为 $\frac{2+i}{1-2i} = \frac{(2+i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{2+i+4i-2}{5} = i$ ，所以 $\frac{2+i}{1-2i}$ 的共轭复数为 $-i$.
方法2：因为 $\frac{2+i}{1-2i} = \frac{-2i^2+i}{1-2i} = \frac{i(1-2i)}{1-2i} = i$ ，所以 $\frac{2+i}{1-2i}$ 的共轭复数为 $-i$. 故答案为C .

【标注】 【知识点】 复数的乘法和除法

12. 已知复数 $z = \frac{3-i}{1-i}$ ，则 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 等于 () .

A. $2+i$

B. $2-i$

C. $1-2i$

D. $1+2i$

【答案】 B

【解析】 $z = \frac{3-i}{1-i} = \frac{(3-i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{4+2i}{2} = 2+i$ ，
 $\therefore \bar{z} = 2-i$.

故选B .

【标注】 【知识点】 复数的乘法和除法

【知识点】 共轭复数

【素养】 数学运算

13. 若复数 $z = 1 + 2i$ ，其中 i 是虚数单位，则 $\left(z + \frac{1}{z}\right) \cdot \bar{z} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 6

【解析】 方法一：由已知， $\left(z + \frac{1}{z}\right) \cdot \bar{z} = z \cdot \bar{z} + 1 = (1+2i)(1-2i) + 1 = 1 - (2i)^2 + 1 = 6$.

方法二： $\because z = 1 + 2i$ ，

$$\therefore \bar{z} = 1 - 2i，$$

$$\left(z + \frac{1}{z}\right) \cdot \bar{z}$$

$$= z \cdot \bar{z} + 1$$

$$= (1+2i)(1-2i) + 1$$

$$= 1 - 4i^2 + 1$$

$$= 6 .$$

【标注】 【知识点】复数的四则运算综合；复数的加法和减法；复数的乘法和除法

14. 设 i 是虚数单位， $\bar{z}$ 是复数 z 的共轭复数．若复数 z 满足 $(2-5i)\bar{z}=29$ ，则 $z=(\quad)$ ．

- A. $2-5i$ B. $2+5i$ C. $-2-5i$ D. $-2+5i$

【答案】 A

【解析】 由 $(2-5i)\bar{z}=29$ ，得 $\bar{z}=\frac{29}{2-5i}=\frac{29(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)}=\frac{58+145i}{29}=2+5i$ ．

$\therefore z=2-5i$ ．

故选A．

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法

15. 设复数 $z=1+i$ (i 是虚数单位)，则 $\frac{2}{z}+z^2=(\quad)$ ．

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1-i$ D. $-1+i$

【答案】 A

【解析】 $\because z=1+i$ ， $\therefore \frac{2}{z}+z^2=\frac{2}{1+i}+(1+i)^2=1-i+2i=1+i$ ．

【标注】 【知识点】复数的四则运算综合

16. 已知复数 $z=3+4i$ ，则 $\frac{5}{z}$ 的虚部是 $(\quad)$ ．

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. -4 D. 4

【答案】 A

【解析】 $\because z=3+4i$ ，

$$\begin{aligned}\text{则 } \frac{5}{z} &= \frac{5}{3+4i}, \\&= \frac{5(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} \\&= \frac{15-20i}{15-20i} \\&= \frac{9-16i^2}{15-20i} \\&= \frac{25}{3-4i} \\&= \frac{5}{3-4i} \\&= \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i. \\&\therefore \frac{5}{z} \text{ 的虚部为 } -\frac{4}{5}.\end{aligned}$$

故选A．

【标注】 【知识点】复数的基本概念；复数的四则运算综合；复数的乘法和除法

17. i 是虚数单位，若复数 $\frac{a-2i}{2+i}$ 是纯虚数，则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】 $\because \frac{a-2i}{2+i} = \frac{(a-2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{(2a-2)-(a+4)i}{5}$ 是纯虚数，
 $\therefore \begin{cases} 2a-2=0 \\ a+4 \neq 0 \end{cases}$ ，解得 $a=1$.

故答案为1 .

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法；实数、虚数、纯虚数

18. 若 $z = 4 + 3i$ ，则 $\frac{\bar{z}}{|z|} = (\quad)$.

A. 1

B. -1

C. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

D. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

【答案】 D

【解析】 $\bar{z} = 4 - 3i$ ， $\frac{\bar{z}}{|z|} = \frac{4-3i}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ ，故选D .

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法

19. 若复数 $(a+i)(1+i)$ 为纯虚数，则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】 $\because$ 复数为 $(a+i)(1+i)$ ，
 $\therefore (a+i)(1+i) = a + ai + i + i^2 = (a+1)i + a - 1$ ，
 $\because$ 复数为纯虚数，
 $\therefore a - 1 = 0$ ，即 $a = 1$.

故答案为1 .

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法；复数的四则运算综合；复数的基本概念

20. 复数 z 满足 $z-1 = (z+1)i$ ，则 z 的值是($\quad$) .

A. $1+i$

B. $1-i$

C. i

D. $-i$

【答案】 D

【解析】 $\because z-1=(z+1)i$,

$$\therefore z-1=zi+i ,$$

$$\therefore (1-i)z=1+i ,$$

$$\therefore z=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{1^2+i^2+2i}{2}=i ,$$

$$\therefore \bar{z}=-i .$$

【标注】 【知识点】 复数的四则运算综合；复数的乘法和除法

21. 若复数 $z=\frac{1+3i}{1-i}$ (i 为虚数单位), 则 $|z|=\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{5}$

【解析】 $\because$ 复数 $z=\frac{1+3i}{1-i}=\frac{(1+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-2+4i}{2}=-1+2i$, $\therefore |z|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$. 故答案为 : $\sqrt{5}$.

【标注】 【知识点】 复数的四则运算综合；复数的乘法和除法；复数的模

22. 若复数 z 满足 $(3-4i)z=|4+3i|$, 则 z 的虚部为 () .

A. $\frac{4}{5}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. 4

D. -4

【答案】 A

【解析】 由题意 , $z=\frac{5}{3-4i}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$,
 $\therefore z$ 的虚部为 $\frac{4}{5}$.

故选 : A.

【标注】 【知识点】 复数的乘法和除法

23. 复数 $\frac{5}{2-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数是 () .

A. $2-i$

B. $2+i$

C. $-2+i$

D. $-2-i$

【答案】 A

【解析】 $\frac{5}{2-i}=\frac{5(2+i)}{5}=2+i$,

则 $2+i$ 的共轭复数是 $2-i$.

故选A.

【标注】【知识点】复数的四则运算综合；共轭复数

24. 复数 $z = \frac{i}{i-1}$ 的虚部为()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}i$ D. $-\frac{1}{2}i$

【答案】B

【解析】解： $z = \frac{i}{i-1} = \frac{i(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.
∴复数 $z = \frac{i}{i-1}$ 的虚部为 $-\frac{1}{2}$.

故选：B.

【标注】【知识点】复数的四则运算综合

25. 复数 $z = 2 - 3i$ 的虚部为().
- A. -3 B. 3 C. 2 D. -3i

【答案】A

【解析】 $z = 2 - 3i$ ，虚部为-3.

故选：A.

【标注】【知识点】复数的基本概念

26. 复数 $\frac{1+i}{1-i} + i^3$ 的值是 ____ .

【答案】0

【解析】复数 $\frac{1+i}{1-i} + i^3 = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} - i = \frac{2i}{2} - i = 0$.

【标注】【知识点】复数的四则运算综合

27. 设 i 是虚数单位，复数 $\frac{1+ai}{2-i}$ 为纯虚数，则实数 $a =$ ____ .

【答案】2

【解析】 $\frac{1+ai}{2-i} = \frac{(1+ai)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2-a+(2a+1)i}{5}$,

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1+ai}{2-i} \text{ 为纯虚数,} \\ \therefore \begin{cases} 2-a=0 \\ 2a+1 \neq 0 \end{cases} \\ \therefore a=2. \end{aligned}$$

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法；复数的四则运算综合

28. 已知复数 $z = (1+i)(1+2i)$ ，其中 i 是虚数单位，则 z 的模是 _____ .

【答案】 $\sqrt{10}$

【解析】 $|z| = |(1+i)(1+2i)| = |1+i||1+2i| = \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$ ，故答案为 $\sqrt{10}$.

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法

【知识点】 复数的模

【素养】 数学运算

29. 已知复数 z 满足 $2z + \bar{z} = 1 - i$ (i 为虚数单位)，则 $|z| =$ _____ .

【答案】 $\frac{\sqrt{10}}{3}$

【解析】 设 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) ,

因为 $2z + \bar{z} = 1 - i$,

所以 $2a + 2bi + a - bi = 1 - i$,

故 $3a + bi = 1 - i$,

所以 $a = \frac{1}{3}$, $b = -1$,

则 $|z| = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

故答案为： $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

【标注】 【知识点】复数的概念及几何意义

30. 若 i 为虚数单位，则复数 $\frac{3i-1}{1+i}$ 的模是 () .

A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{5}$

C. 5

D. $\sqrt{2}$

【答案】 B

【解析】 $\frac{3i-1}{1+i} = \frac{(3i-1)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{3i-1-3i^2+i}{2} = 1+2i$,

∴模为 $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

【标注】【知识点】复数的模；复数的四则运算综合；复数的乘法和除法

31. i 为虚数单位，复数 $\frac{1+i}{3+4i}$ 为（ ）.

A. $\frac{7}{25} - \frac{1}{25}i$

B. $\frac{7}{25} + \frac{1}{25}i$

C. $\frac{7}{5} - \frac{1}{5}i$

D. $\frac{7}{5} + \frac{1}{5}i$

【答案】 A

【解析】 $\frac{1+i}{3+4i} = \frac{(1+i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3+4-i}{25} = \frac{7}{25} - \frac{1}{25}i$.

故选A.

【标注】【知识点】复数的乘法和除法；复数的四则运算综合

32. a 为正实数， i 是虚数单位， $\left|\frac{a-i}{i}\right|=2$ ，则 $a=()$.

A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. 1

【答案】 B

【解析】 $\therefore \frac{a-i}{i} = \frac{(a-i)(-i)}{-i^2} = -1 - ai$,

$\therefore \left|\frac{a-i}{i}\right| = \sqrt{(-1)^2 + (-a)^2} = \sqrt{1+a^2} = 2$,

$\therefore a > 0$ ，解得 $a = \sqrt{3}$.

故选：B.

【标注】【知识点】复数的模

33. 已知 i 是虚数单位，则 $\frac{3+i}{1-i}=()$.

A. $1-2i$

B. $2-i$

C. $2+i$

D. $1+2i$

【答案】 D

【解析】 $\frac{3+i}{1-i} = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+4i}{2} = 1+2i$.

故选D.

【标注】【知识点】复数的乘法和除法

34. i 是虚数单位，复数 $\frac{3+2i}{2-3i}$ 等于（ ）.

A. i B. $-i$ C. $12 - 13i$ D. $12 + 13i$ **【答案】** A**【解析】** 复数的除法 .

$$\frac{3+2i}{2-3i} = \frac{(3+2i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{13i}{4+9} = i .$$

故选A .

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法；复数的四则运算综合35. 已知复数 $z = (1+i)(1+2i)$ ，其中 i 是虚数单位，则 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$.**【答案】** $\sqrt{10}$ **【解析】** $\because z = (1+i)(1+2i) = 1 + 2i + i + 2i^2 = -1 + 3i$,

$$\therefore |z| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10} .$$

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法36. 设 i 是虚数单位，复数 $z = \frac{4+\sqrt{2}i}{1-i}$ ，则 $|z|$ 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.**【答案】** 3**【解析】** $z = \frac{4+\sqrt{2}i}{1-i}$

$$= \frac{(4+\sqrt{2}i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$$

$$= \frac{4-\sqrt{2}}{2} + \frac{4+\sqrt{2}}{2}i ,$$

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{4-\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{4+\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= 3 .$$

故答案为3 .

【标注】 【知识点】复数的乘法和除法37. i 是虚数单位，则 $\frac{i(2+i)}{1-2i}$ 等于 () .A. i B. $-i$

C. 1

D. -1 **【答案】** D

【解析】 $\frac{i(2+i)}{1-2i} = \frac{-1+2i}{1-2i} = -1$.

故选D .

【标注】 【知识点】 复数的乘法和除法；复数的四则运算综合

38. i 是虚数单位，计算 $\frac{5i}{2-i} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-1+2i$

【解析】 $\frac{5i}{2-i} = \frac{5i(2+i)}{(2-i)(2+i)} = i(2+i) = -1+2i$.

【标注】 【知识点】 复数的四则运算综合

39. 复数 $z = \frac{2+i}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

【解析】 $\because z = \frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+3i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$,

$\therefore \bar{z} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

故答案为： $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

【标注】 【知识点】 复数的四则运算综合；复数的乘法和除法

40. 已知 a 是实数， $\frac{a-i}{1+i}$ 是纯虚数，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】 $\frac{a-i}{1+i} = \frac{(a-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{a-1-(a+1)i}{2}$,

$\therefore$ 它是纯虚数

$\therefore a = 1$.

【标注】 【知识点】 实数、虚数、纯虚数