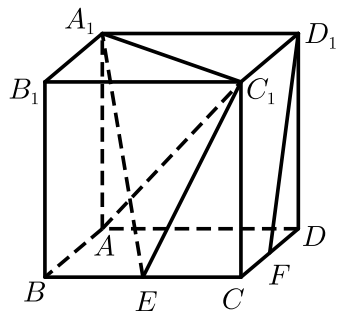


南开高二期末(二)

- 已知直线 l 经过点 $A(2, 1)$ 和 $B(1, m^2)(m \in \mathbf{R})$, 则直线 l 的倾斜角 α 的取值范围是().
A. $[0, \pi)$ B. $[0, \frac{\pi}{4}] \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$ C. $[0, \frac{\pi}{4}]$ D. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$
- 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 > 0$, $a_3 + a_{10} > 0$, $a_6 a_7 < 0$, 则满足 $S_n > 0$ 的最大自然数 n 的值为().
A. 6 B. 7 C. 12 D. 13
- 已知两条直线 $l_1: (m+3)x + 4y + 3m - 5 = 0$, $l_2: 2x + (m+5)y - 8 = 0$, $l_1 // l_2$, 则直线 l_1 的一个方向向量是().
A. $(1, -\frac{1}{2})$ B. $(-1, -1)$ C. $(1, -1)$ D. $(-1, -\frac{1}{2})$
- 过点 $(-1, 2)$ 且与直线 $2x - 3y + 4 = 0$ 垂直的直线方程为().
A. $3x + 2y - 1 = 0$ B. $3x + 2y + 7 = 0$ C. $2x - 3y + 5 = 0$ D. $2x - 3y + 8 = 0$
- 已知点 P 是抛物线 $y^2 = 2x$ 上的一个动点, 则点 P 到点 $M(0, 2)$ 的距离与点 P 到该抛物线准线的距离之和的最小值为().
A. 3 B. $\frac{\sqrt{17}}{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{9}{2}$
- 已知 A 、 B 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点, P 为双曲线上一点, 且 $\triangle ABP$ 为等腰三角形, 若双曲线的离心率为 $\sqrt{2}$, 则 $\angle ABP$ 的度数为().
A. 30° B. 60° C. 120° D. 30° 或 120°
- 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = BC = CC_1 = 2$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为().
A. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{4}$
- 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 16$, $a_{n+1} - a_n = 2n$, 则 $\frac{a_n}{n}$ 的最小值为().
A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
- 已知 F 是双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的右焦点, 过点 F 作 E 的一条渐近线的垂线, 垂足为 P , 线段 PF 与 E 相交于点 Q , 记点 Q 到 E 的两条渐近线的距离之积为 d^2 , 若 $|FP| = 2d$, 则该双曲线的离心率是().
A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 3 D. 4
- 已知直线 $x + y + 2 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$ 有公共点, 则实数 a 的取值范围为().
A. $(-\infty, 0]$ B. $[0, +\infty)$ C. $[0, 2)$ D. $(-\infty, 2)$

11. 已知直线 $l: 2x - 3y + 1 = 0$, 则直线 $m: 3x - 2y - 6 = 0$ 关于直线 l 的对称直线 m' 的方程为 _____ .
12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若满足 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n-3}{n+3}$, 则 $\frac{a_{11}}{b_{11}} =$ _____ .
13. 抛物线 $y = 4x^2$ 上一点 P , 则 P 到直线 $y = 4x - 5$ 的距离的最小值为 _____ .
14. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为实数 , 其前 n 项和为 S_n , 已知 $S_3 = \frac{7}{4}$, $S_6 = \frac{63}{4}$, 则 $a_8 =$ _____ .
15. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的两个焦点 . 若椭圆上存在一点 P 使得 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{2}$, 则椭圆的离心率 e 的取值范围为 _____ .
16. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$, 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列 , 其中 $a_2 = f(3)$, a_3 为 $f(x)$ 的最小值 .
- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式 .
- (2) 已知 $\{b_n\}$ 是正项等比数列 , $b_1 = a_3$, $b_3 = a_1$, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式 , 并求 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .
17. 已知圆 C 的圆心为点 $C(2, 0)$, 且与 y 轴相切 , 直线 $l: y = k(x + 2)$.
- (1) 求圆 C 的方程 .
- (2) 是否存在直线 l , 使得直线 l 与圆 C 交于 M, N 两点 , 且弦 MN 的中点 P 到原点 O 与圆心 C 的距离相等 ? 若存在 , 求出直线 l 的方程 ; 若不存在 , 请说明理由 .
- (3) 若直线 l 上总存在点 Q , 使得过 Q 点的圆 C 的两条切线互相垂直 , 求 k 的取值范围 . (只需写出结论)
18. 在等差数列中 $\{a_n\}$, 已知公差 $d = 2$, a_2 是 a_1 与 a_4 的等比中项 .
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 .
- (2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 : $a_n = \frac{b_1}{3+1} + \frac{b_2}{3^2+1} + \frac{b_3}{3^3+1} + \cdots + \frac{b_n}{3^n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 .
- (3) 令 $c_n = \frac{a_nb_n}{4}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) , 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 如图，在棱长为2的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为棱 BC 的中点， F 为棱 CD 的中点．



- (1) 求证： $D_1F \parallel$ 平面 A_1EC_1 ．
- (2) 求直线 AC_1 与平面 A_1EC_1 所成角的正弦值．
- (3) 求二面角 $A - A_1C_1 - E$ 的正弦值．
20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右顶点为 A ，上顶点为 B ，且直线 AB 与抛物线 $y^2 = 4x$ 在第一象限的交点 D 到该抛物线的准线的距离为2，椭圆 C 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ．
- (1) 求椭圆 C 的标准方程．
- (2) 若直线 $y = x + m$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点，直线 $y = -x + m$ 与椭圆 C 交于 P, Q 两点，求当四边形 $MPNQ$ 的面积取最大值时 m 的值．