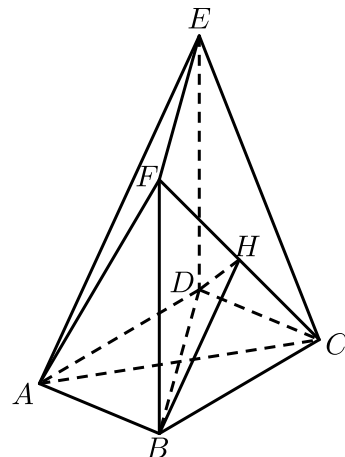


南开高二期末（一）

1. 若某直线的斜率 $k \in (-\infty, \sqrt{3}]$ ，则该直线的倾斜角 α 的取值范围是 () .
A. $[0, \frac{\pi}{3}]$ B. $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ C. $[0, \frac{\pi}{3}] \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$ D. $[\frac{\pi}{3}, \pi)$
2. 等差数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_2 + a_9 = a_6$ ，则 $S_9 =$ ()
A. -2 B. 0 C. 1 D. 2
3. 若 $A(-1, 0, 1)$ ， $B(1, 4, 7)$ 在直线 l 上，则直线 l 的一个方向向量为 () .
A. (1, 2, 3) B. (1, 3, 2) C. (2, 1, 3) D. (3, 2, 1)
4. 已知直线 $(a+2)x + 2ay - 1 = 0$ 与直线 $3ax - y + 2 = 0$ 垂直，则实数 a 的值是 () .
A. 0 B. $-\frac{4}{3}$ C. 0 或 $-\frac{4}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{2}{3}$
5. 已知等边三角形的一个顶点坐标是 $(\frac{\sqrt{3}}{4}, 0)$ ，另外两个顶点在抛物线 $y^2 = \sqrt{3}x$ 上，则这个等边三角形的边长为 () .
A. 3 B. 6 C. $2\sqrt{3} \pm 3$ D. $2\sqrt{3} + 3$
6. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，离心率为 $\sqrt{5}$ ， P 是 C 上一点，且 $F_1P \perp F_2P$ ，若 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 4，则 $a =$ ()
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8
7. 已知向量 $\vec{a} = (3, -2, -3)$ ， $\vec{b} = (-2, x-1, 2)$ ，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角，则 x 的取值范围是 ()
A. $(-5, +\infty)$ B. $(-5, \frac{7}{3}) \cup (\frac{7}{3}, +\infty)$
C. $(-\infty, -5)$ D. $(\frac{7}{3}, +\infty)$
8. 若数列 $\{a_n\}$ 满足关系： $a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}$ ， $a_8 = \frac{34}{21}$ ，则 $a_5 =$ () .
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{13}{8}$
9. 设 P 为双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{12} = 1$ 上的一点， F_1, F_2 是该双曲线的两个焦点，若 $|PF_1| : |PF_2| = 3 : 2$ ，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 () .
A. $6\sqrt{3}$ B. 12 C. $12\sqrt{3}$ D. 24
10. 直线 $y = kx + 3$ 被圆 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$ ，则直线的倾斜角为 ()
A. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{\pi}{3}$ C. $-\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{6}$
11. 已知直线 $ax + 4y - 2 = 0$ 和 $2x - 5y + b = 0$ 互相垂直，垂足是 $(1, c)$ ，则 $a + b + c =$ _____ .
12. 设数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 都是等差数列，若 $a_1 + b_1 = 7$ ， $a_3 + b_3 = 21$ ，则 $a_5 + b_5 =$ _____ .

13. 已知抛物线 $y^2 = 16x$ ，焦点为 F ， $A(8, 2)$ 为平面上的一定点， P 为抛物线上的一动点，则 $|PA| + |PF|$ 的最小值为 _____ .
14. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 = 1$ ， $a_5 = 8$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n =$ _____ .
15. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的两个焦点，过 F_1 的直线交椭圆于 A, B 两点，若 $|F_2A| + |F_2B| = 12$ ，则 $|AB| =$ _____ .
16. 已知 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列， $a_1 = 1$ ，且 a_1, a_3, a_9 成等比数列 .
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项；
 - (2) 求数列 $\{2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n .
17. 已知直线 l 过点 $P(2, 5)$ ，圆 C 的方程是 $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$.
- (1) 若直线 l 的斜率为 1，且直线 l 与圆 C 交于 M, N 两点，弦 MN 得长 .
 - (2) 若直线 l 与圆 C 相切，求 l 得方程 .
 - (3) 若直线 l 与圆 C 相交于点 E, F 两点，问：在圆 C 上，是否存在点 D ，使四边形 $EDFC$ 是菱形？若存在，求直线 l 的方程 . 若不存在，请说明理由 .
18. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = \frac{9}{2}$ ，其前 n 项和为 S_n ，等比数列 $\{b_n\}$ 的各项均为正数， $b_1 = 1$ ，比为 q ，且 $S_2 + b_3 = 21$ ， $S_2 - b_3 = q$.
- (1) 求通项公式 a_n 与 b_n .
 - (2) 设数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n \cdot S_n = 1$ ，求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为2的菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ，四边形 $BDEF$ 是矩形，平面 $BDEF \perp$ 平面 $ABCD$ ， $BF = 3$ ， H 是 CF 的中点．



- (1) 求证： $AC \perp$ 平面 $BDEF$ ．
 - (2) 求直线 DH 与平面 $BDEF$ 所成角的正弦值．
 - (3) 求二面角 $H - BD - C$ 的大小．
20. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 过椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的短轴端点， P, Q 分别是圆 O 与椭圆 C 上任意两点，且线段 PQ 长度的最大值为3．
- (1) 求椭圆 C 的方程．
 - (2) 过点 $(0, t)$ 作圆 O 的一条切线交椭圆 C 于 M, N 两点，求 $\triangle OMN$ 的面积的最大值．