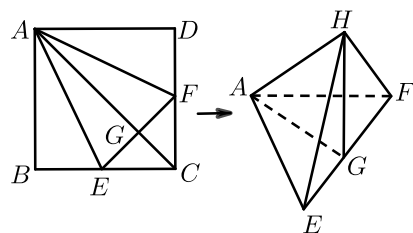


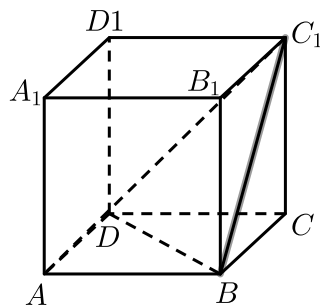
高一期末立体几何

- 1 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 BC 、 CD 的中点， G 是 EF 的中点，现在沿 AE 、 AF 及 EF 把这个正方形折成一个空间图形，使 B 、 C 、 D 三点重合，重合后的点记为 H ，那么，在这个空间图形中必有（ ）。



- A. $AG \perp \triangle EFH$ 所在平面
B. $AH \perp \triangle EFH$ 所在平面
C. $HF \perp \triangle AEF$ 所在平面
D. $HG \perp \triangle AEF$ 所在平面

- 2 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，二面角 $C_1 - AB - D$ 的大小为 _____。



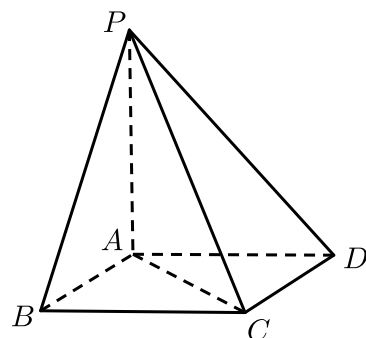
- 3 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的六个顶点都在球 O 的表面上，若这个三棱柱的体积为 $36\sqrt{3}$ ， $AB = 6$ ，则 $AA_1 =$ _____，球 O 的表面积为 _____。

- 4 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1， E 是 A_1B_1 的中点，则 E 到平面 ABC_1D_1 的距离（ ）。

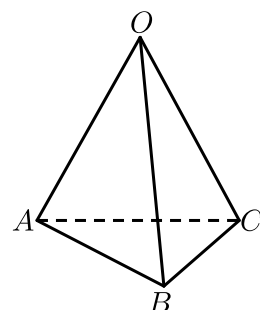
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

- 5 如图所示，在四棱锥 $P - ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $PA = \sqrt{3}$ ， $AB = 1$ ， $BC = 2$ ， $AC = \sqrt{3}$ ，则异面直线 PB 与 CD 所成的角等于 _____；二面角 $P - CD - B$ 的

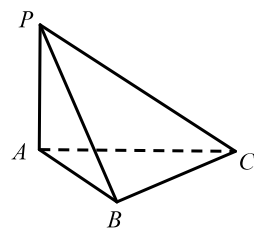
大小为 _____ .



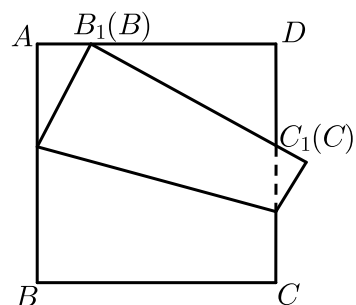
- 6 如图, 在四面体 $O-ABC$ 中, $OA=OB=OC=1$, $\cos \angle BOC = \frac{5}{8}$, $\angle AOB = \angle AOC = \frac{\pi}{3}$, 则二面角 $B-OA-C$ 的大小是 _____ .



- 7 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $PA=1$, $AB=2$, $BC=3$, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 _____ .



- 8 如图, 将一张边长为1的正方形纸 $ABCD$ 折叠, 使得点 B 始终落在边 AD 上, 则折起部分面积的最小值为 () .



A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{1}{2}$

- 9 已知 S, A, B, C 是球 O 表面上的点, $SA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $SA = AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, 则球 O 的体积等于 () .

A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$

B. $\frac{4\pi}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{6}$

- 10 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 面对角线 A_1B 上存在一点 P , 使得 $AP + D_1P$ 取得最小值, 则此最小值为 () .

A. 2

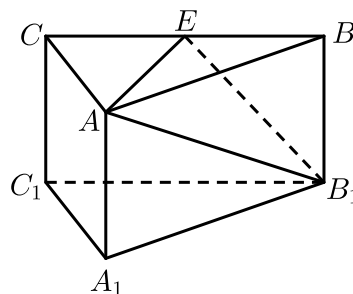
B. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

C. $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

D. $2 + \sqrt{2}$

- 11 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱 $AA_1 = 5$, $AB = 12$, 那么直线 B_1C_1 到平面 A_1BCD_1 的距离是 _____ .

- 12 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $A_1B_1C_1$, 底面三角形 $A_1B_1C_1$ 是正三角形, E 是 BC 中点, 则下列叙述正确的是 () .



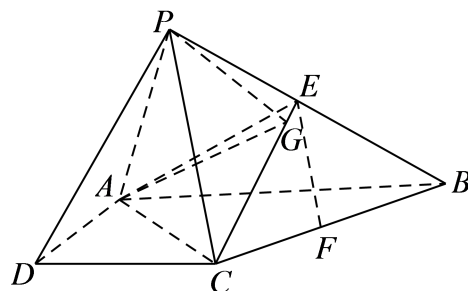
A. CC_1 与 B_1E 是异面直线

B. $AC \perp$ 平面 ABB_1A_1

C. AE, B_1C_1 为异面直线, 且 $AE \perp B_1C_1$

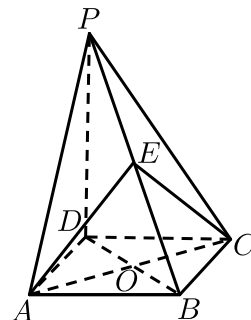
D. $A_1C_1 //$ 平面 AB_1E

- 13 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA = 2\sqrt{2}$ ， $PC = \sqrt{6}$ ， $PD = \sqrt{7}$ ， E 是 PB 的中点．底面是四边形 $ABCD$ 是直角梯形， $AB \perp AD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AB = 2AD = 2CD = 2$ ．



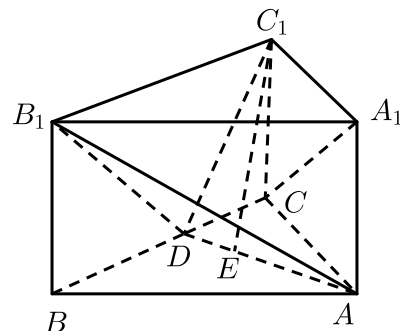
- (1) 求证：平面 $EAC \perp$ 平面 PBC ．
- (2) 求二面角 $P-AC-E$ 的余弦值．
- (3) 求直线 PA 与平面 EAC 所成角的正弦值．

- 14 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为2的菱形， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $PD \perp$ 底面 $ABCD$ ，点 E 在棱 PB 上．



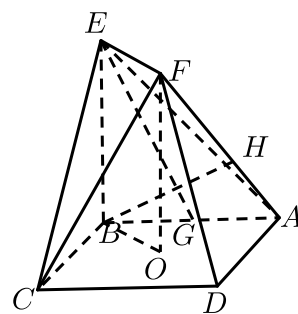
- (1) 求证：平面 $AEC \perp$ 平面 PDB ．
- (2) 若 $PD = 2$ ， E 是棱 PB 中点，求异面直线 AE 和 BC 所成角的余弦值．
- (3) 若直线 AE 与平面 PBD 所成角的正切值最大为2，求 PD 的长．

- 15 如图，直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，底面边长 $AB = 5$ ， $BC = 4$ ， $AC = 3$ ，侧棱长为 $2\sqrt{3}$ ， D 为 BC 中点， $CE \perp AD$ ， E 为垂足。



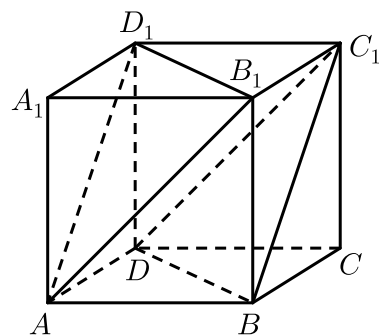
- (1) 求证： $A_1C \parallel$ 平面 AB_1D 。
- (2) 求证：平面 $AB_1D \perp$ 平面 CC_1E 。
- (3) 求直线 DC_1 与平面 CC_1E 所成角的正弦值。

- 16 如图，正方形 $ABCD$ 的中心为 O ，四边形 $OBEF$ 为矩形，平面 $OBEF \perp$ 平面 $ABCD$ ，点 G 为 AB 的中点， $AB = BE = 2$ 。



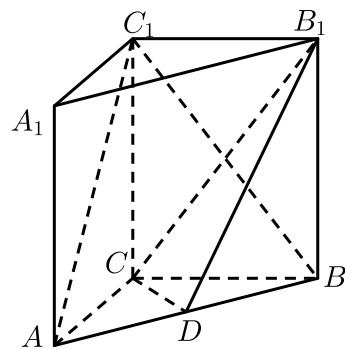
- (1) 求证： $EG \parallel$ 平面 ADF 。
- (2) 求二面角 $O - EF - C$ 的正弦值。
- (3) 设 H 为线段 AF 上的点，且 $AH = \frac{2}{3}HF$ ，求直线 BH 和平面 CEF 所成角的正弦值。

17 已知棱长为 a 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$.



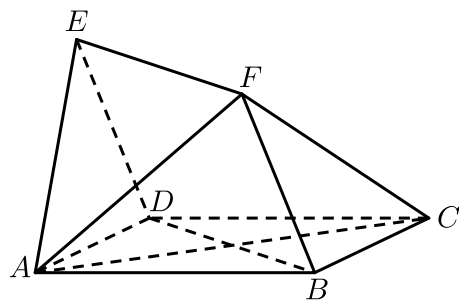
- (1) 求证平面 $AB_1D_1 \parallel$ 平面 DBC_1 .
- (2) 求二面角 $C_1 - BD - C$ 的正切值 .
- (3) 求出棱锥 $A - BB_1D_1D$ 的体积 .

18 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AC = BC = \sqrt{2}$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AA_1 = 2$ ， D 为 AB 的中点.



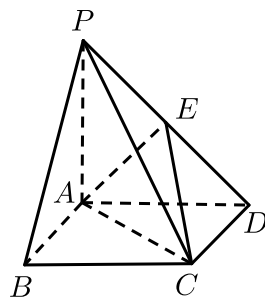
- (1) 求证： $AC \perp BC_1$ ；
- (2) 求证： $AC_1 \parallel$ 平面 B_1CD ；
- (3) 求异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值.

- 19 已知四边形 $ABCD$ 与 $BDEF$ 都为菱形， $FA = FC$ ，且 $\angle DAB = \angle DBF = 60^\circ$ 。



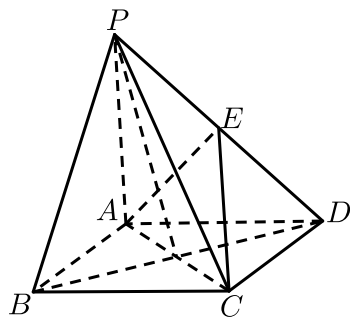
- (1) 求证： $AC \perp$ 平面 $BDEF$ 。
- (2) 求二面角 $E - AF - B$ 的正弦值。
- (3) 若 M 为边 DE 上一点，满足直线 AM 与平面 ABF 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{30}}{15}$ ，求 $\frac{DM}{DE}$ 的值。

- 20 如图，四棱锥 $P - ABCD$ 的底面是边长为2的正方形， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ 。



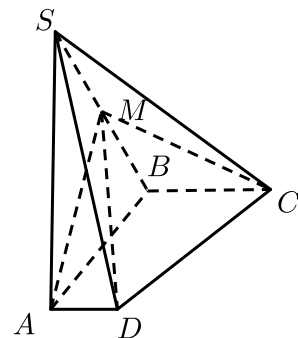
- (1) 求证： $CD \perp$ 平面 PAD 。
- (2) 若 E 为 PD 的中点，三棱锥 $C - ADE$ 的体积为 $\frac{2}{3}$ ，求四棱锥 $P - ABCD$ 的表面积。

- 21 如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 为菱形， E 为棱 PD 的中点。



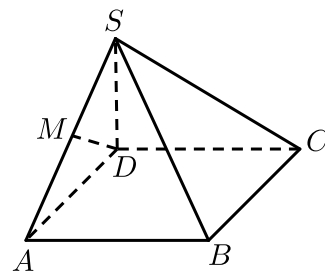
- (1) 求证： $PB \parallel$ 平面 EAC 。
- (2) 求证：平面 $PBD \perp$ 平面 PAC 。
- (3) 若 $PA = AB = 2$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求直线 PB 与平面 PAC 所成角的正弦值。

- 22 如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是直角梯形，侧棱 $SA \perp$ 底面 $ABCD$ ， AB 垂直于 AD 和 BC ， $SA = AB = BC = 2$ ， $AD = 1$ ， M 是棱 SB 的中点。



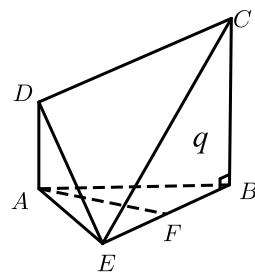
- (1) 求证： $AM \parallel$ 平面 SCD 。
- (2) 求平面 SCD 和平面 SAB 所成锐二面角的余弦值。
- (3) 在线段 DC 上是否存在一点 N ，使得 MN 与平面 SAB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{35}}{7}$ ，若存在，请求出 $\frac{DN}{DC}$ 的值，若不存在，请说明理由。

- 23 如图，四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是边长为 1 的正方形， SD 垂直于底面 $ABCD$ ， $SD = 1$ 。



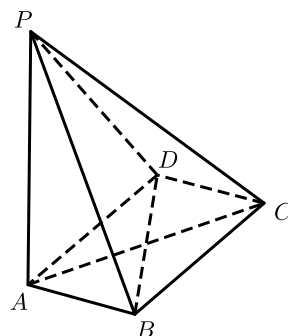
- (1) 求证 $BC \perp SC$ 。
- (2) 求平面 SBC 与平面 $ABCD$ 所成二面角的大小。
- (3) 设棱 SA 的中点为 M 。求异面直线 DM 与 SB 所成角的大小。

- 24 如图，在多面体 $ABCDE$ 中， $\triangle AEB$ 为等边三角形， $AD \parallel BC$ ， $BC \perp AB$ ， $CE = 2\sqrt{2}$ ， $AB = BC = 2AD = 2$ ，点 F 为边 EB 的中点。



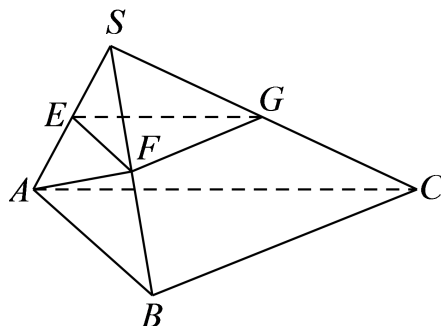
- (1) 求证： $AF \parallel$ 平面 DEC 。
- (2) 求证：平面 $DEC \perp$ 平面 EBC 。
- (3) 求直线 AB 与平面 DEC 所成角的正弦值。

- 25 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是菱形， $PA = AB = 2$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ 。



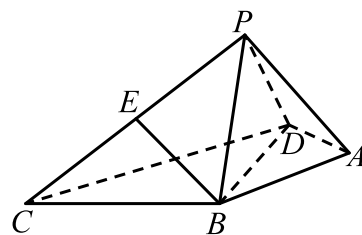
- (1) 求证： $AB \parallel$ 平面 PCD 。
- (2) 求证：直线 $BD \perp$ 平面 PAC 。
- (3) 求直线 PB 与平面 PAD 所成角的正切值。

- 26 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, 平面 $SAB \perp$ 平面 SBC , $AB \perp BC$, $AS = AB$. 过 A 作 $AF \perp SB$, 垂足为 F , 点 E, G 分别是侧棱 SA, SC 的中点. 求证:



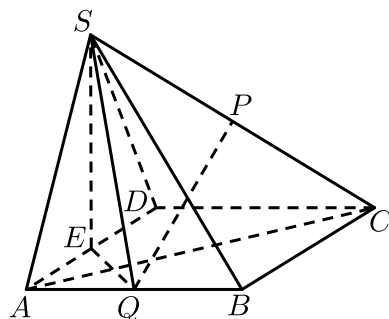
- (1) 平面 $EFG \parallel$ 平面 ABC .
- (2) $BC \perp SA$.

- 27 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $BC = BD = DC = 2\sqrt{3}$, $AD = AB = PD = PB = 2$.



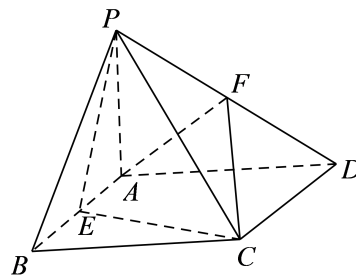
- (1) 若点 E 为 PC 的中点, 求证: $BE \parallel$ 平面 PAD .
- (2) 当平面 $PBD \perp$ 平面 $ABCD$ 时, 求二面角 $C-PD-B$ 的余弦值.

- 28 如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, 平面 $SAD \perp$ 平面 $ABCD$, $SA = SD$, E, P, Q 分别是棱 AD, SC, AB 的中点.



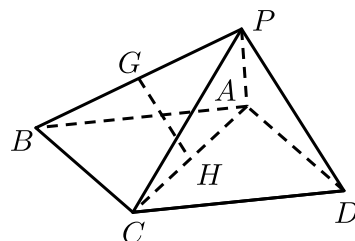
- (1) 求证: $PQ \parallel$ 平面 SAD .
- (2) 求证: $AC \perp$ 平面 SEQ .
- (3) 如果 $SA = AB$, 求直线 PQ 与平面 $ABCD$ 所成角.

- 29 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，四边形 $ABCD$ 是矩形， E 、 F 分别是 AB 、 PD 的中点。若 $PA = AD = 3$ ， $CD = \sqrt{6}$ 。



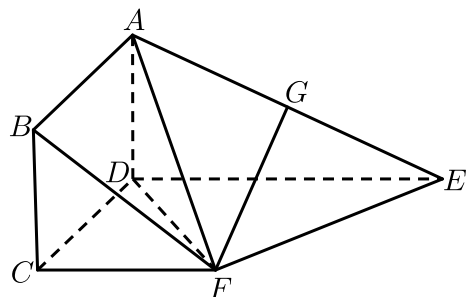
- (1) 求证： $AF \parallel$ 平面 PCE 。
- (2) 求点 F 到平面 PCE 的距离。
- (3) 求直线 FC 平面 PCE 所成角的正弦值。

- 30 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形， $\triangle PCD$ 为等边三角形，平面 $PAC \perp$ 平面 PCD ， $PA \perp CD$ ， $CD = 2$ ， $AD = 3$ 。



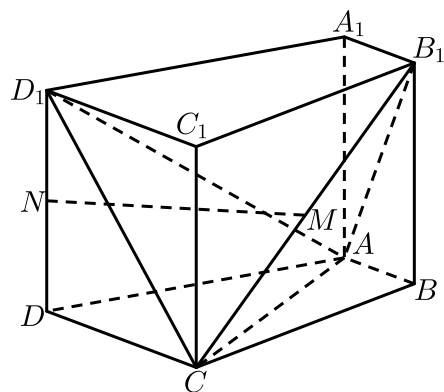
- (1) 设 G ， H 分别为 PB ， AC 的中点，求证： $GH \parallel$ 平面 PAD 。
- (2) 求证： $PA \perp$ 平面 PCD 。
- (3) 求直线 AD 与平面 PAC 所成角的正弦值。

- 31 已知正方形 $ABCD$ 与梯形 $CDEF$ 所在平面互相垂直, $CD \perp DE$, $CF \parallel DE$, $CD = CF = 2$, $DE = 4$, G 为 AE 的中点.



- (1) 求证: $FG \parallel$ 平面 $ABCD$.
- (2) 求证: 平面 $ADF \perp$ 平面 AEF .
- (3) 求平面 AEF 与平面 $ABCD$ 所成锐二面角的余弦值.

- 32 如图, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 侧棱 $A_1A \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \perp AC$, $AB = 1$, $AC = AA_1 = 2$, $AD = CD = \sqrt{5}$, 且点 M 和 N 分别为 B_1C 和 D_1D 的中点.



- (1) 求证: $MN \parallel$ 平面 $ABCD$.
- (2) 求二面角 $D_1 - AC - B_1$ 的正弦值.
- (3) 设 E 为棱 A_1B_1 上的点, 若直线 NE 和平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$, 求线段 A_1E 的长.