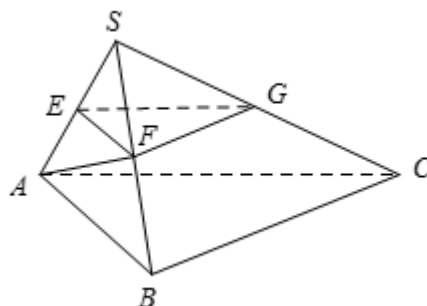


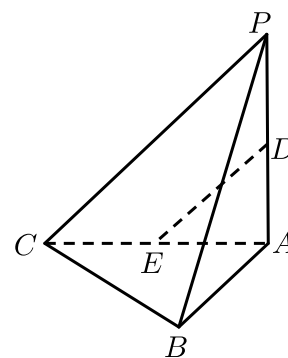
立体几何平行垂直

- 1 如图所示，在三棱锥 $S-ABC$ 中，平面 $SAB \perp$ 平面 SBC ， $AB \perp BC$ ， $AS = AB$ ，过 A 作 $AF \perp SB$ ，垂足为 F ，点 E ， G 分别是棱 SA ， SC 的中点。



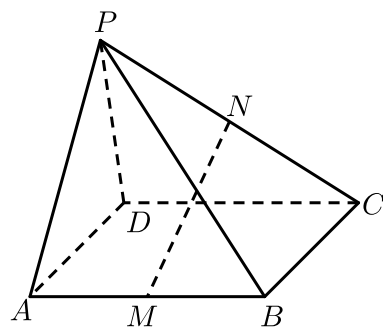
- (1) 平面 $EFG \parallel$ 平面 ABC 。
- (2) $BC \perp SA$ 。

- 2 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，平面 $PAC \perp$ 平面 ABC ， $PA \perp AC$ ， $AB \perp BC$ 。设 D ， E 分别为 PA ， AC 中点。



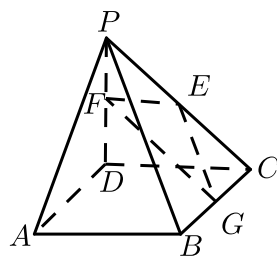
- (1) 求证： $DE \parallel$ 平面 PBC ；
- (2) 求证： $BC \perp$ 平面 PAB ；
- (3) 试问在线段 AB 上是否存在点 F ，使得过三点 D ， E ， F 的平面内的任一条直线都与平面 PBC 平行？若存在，指出点 F 的位置并证明；若不存在，请说明理由。

- 3 如图，已知点 P 是平行四边形 $ABCD$ 所在平面外一点， M ， N 分别是 AB ， PC 的中点．



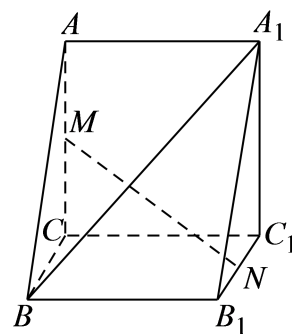
- (1) 求证： $MN \parallel$ 平面 PAD ．
- (2) 在 PB 上确定一个点 Q ，使平面 $MNQ \parallel$ 平面 PAD ，并证明你的结论．

- 4 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $ABCD$ 是正方形， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PD = AD = 2$ ， E ， F ， G 分别是 PC ， PD ， BC 的中点．



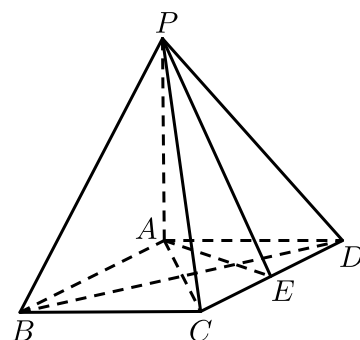
- (1) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积．
- (2) 求证：平面 $PAB \parallel$ 平面 EFG ．
- (3) 在线段 PB 上确定一点 M ，使 $PC \perp$ 平面 ADM ，并给出证明．

- 5 如图，直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AC \perp BC$ ， $AC = BC = CC_1 = 2$ ， M ， N 分别为 AC ， B_1C_1 的中点。



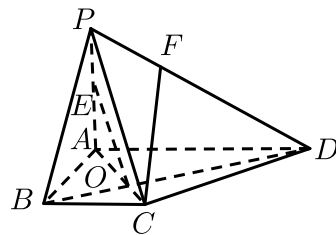
- (1) 求线段 MN 的长。
- (2) 求证： $MN \parallel$ 平面 ABB_1A_1 。
- (3) 线段 CC_1 上是否存在点 Q ，使 $A_1B \perp$ 平面 MNQ ？说明理由。

- 6 如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 为菱形。 E 为 CD 的中点。



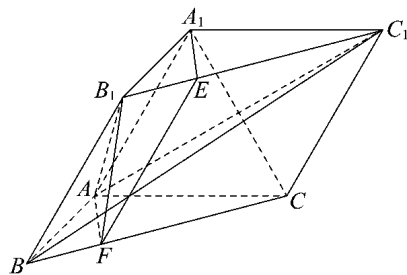
- (1) 求证： $BD \perp$ 平面 PAC 。
- (2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$ ，求证：平面 $PAB \perp$ 平面 PAE 。
- (3) 棱 PB 上是否存在点 F ，使得 $CF \parallel$ 平面 PAE ？说明理由。

- 7 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, $PA \perp AB$, 点 E 在棱 PA 上, 且 $PE = \frac{1}{3}PA$, $AD \parallel BC$, $AC \perp CD$, O 是对角线 AC , BD 的交点, $DO = 2OB$.



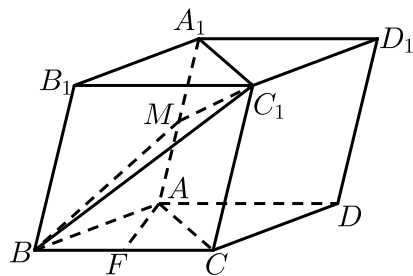
- (1) 求证: $EO \parallel$ 平面 PCD .
- (2) 求证: $CD \perp$ 平面 PAC .
- (3) 在线段 PD 上是否存在点 F , 使得 $CF \perp AD$, 并说明理由.

- 8 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp$ 平面 AA_1C_1C , $AA_1 = AC$. 过 AA_1 的平面交 B_1C_1 于点 E , 交 BC 于点 F .



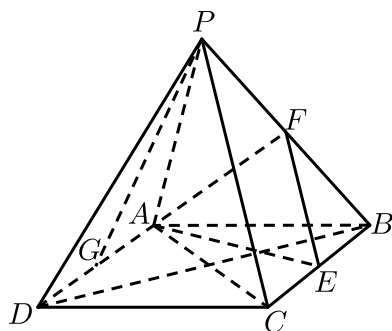
- (1) 求证: $A_1C \perp$ 平面 ABC_1 .
- (2) 求证: $A_1A \parallel EF$.
- (3) 记四棱锥 B_1-AA_1EF 的体积为 V_1 , 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V . 若 $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{6}$, 求 $\frac{BF}{BC}$ 的值.

- 9 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AC$, 平面 $BB_1C_1C \perp$ 底面 $ABCD$, 点 M 、 F 分别是线段 AA_1 、 BC 的中点.



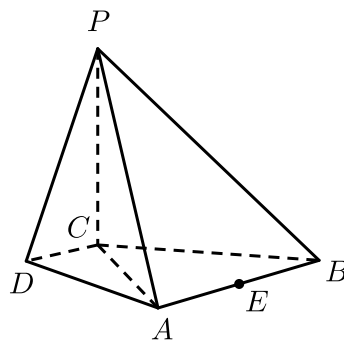
- (1) 求证: $AF \parallel$ 平面 MBC_1 .
- (2) 求证: 平面 $BB_1C_1C \perp$ 平面 MBC_1 .

- 10 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 E 、 F 、 G 分别为线段 BC 、 PB 、 AD 的中点.



- (1) 证明 $EF \parallel$ 平面 PAC .
- (2) 证明平面 $PCG \parallel$ 平面 AEF .
- (3) 在线段 BD 上找一点 H , 使得 $FH \parallel$ 平面 PCG , 并说明理由.

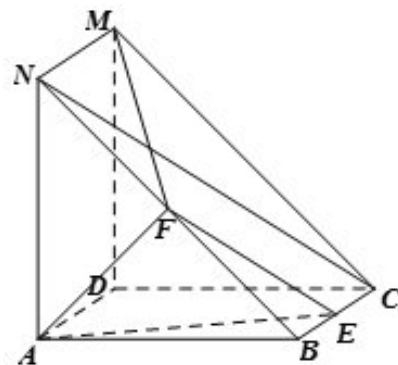
- 11 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PC \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $DC \perp AC$.



- (1) 求证: $DC \perp$ 平面 PAC .
- (2) 求证: 平面 $PAB \perp$ 平面 PAC .

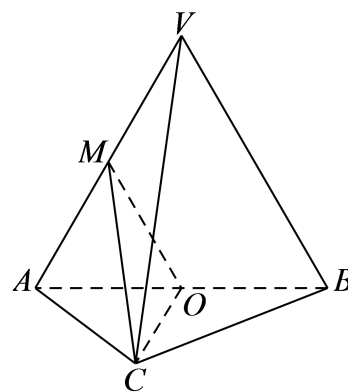
(3) 设点 E 为 AB 中点, 在棱 PB 上是否存在点 F , 使得 $PA \parallel$ 平面 CEF ? 说明理由.

12 如图, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $ADMN$ 都为正方形, $AN \perp AB$, F 为线段 BN 的中点, E 为线段 BC 上的动点.



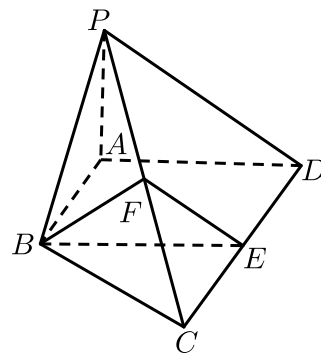
- (1) 当 E 为线段 BC 中点时, 求证: $NC \parallel$ 平面 AEF ;
- (2) 求证: 平面 $AEF \perp$ 平面 BCM ;
- (3) 设 $\frac{BE}{BC} = \lambda$, 写出 λ 为何值时 $MF \perp$ 平面 AEF (结论不要求证明) .

13 如图, 在三棱锥 $V-ABC$ 中, 平面 $VAB \perp$ 平面 ABC , $\triangle VAB$ 为等边三角形, $AC \perp BC$, 且 $AC = BC = \sqrt{2}$, O, M 分别为 AB, VA 的中点.



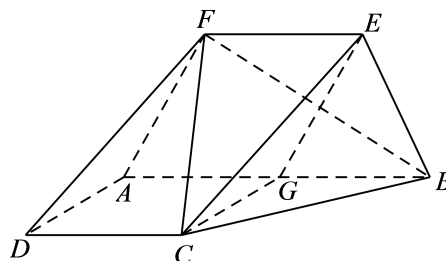
- (1) 求证: $VB \parallel$ 平面 MOC .
- (2) 求证: 平面 $MOC \perp$ 平面 VAB .
- (3) 求三棱锥 $V-ABC$ 的体积 .

- 14 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AB//CD$, $AB\perp AD$, $CD=2AB$ ，平面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$ ， $PA\perp AD$ ， E 和 F 分别是 CD 和 PC 的中点，求证：



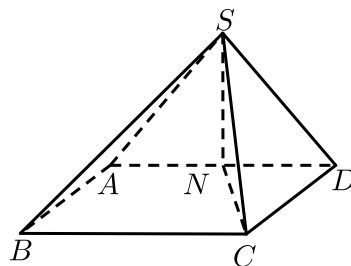
- (1) $PA\perp$ 底面 $ABCD$.
- (2) $BE//$ 平面 PAD .
- (3) 平面 $BEF\perp$ 平面 PCD .

- 15 如图，梯形 $ABCD$ 所在的平面与等腰梯形 $ABEF$ 所在的平面互相垂直， $AB//CD//EF$ ， $AB\perp AD$ ， G 为 AB 的中点， $CD=DA=AF=FE=2$ ， $AB=4$.



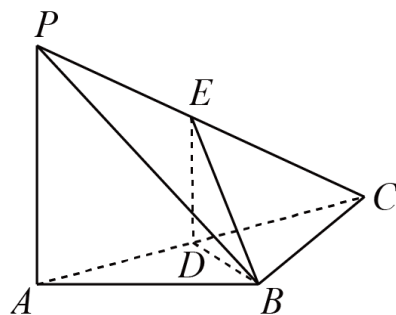
- (1) 求证： $DF//$ 平面 BCE .
- (2) 求证：平面 $BCF\perp$ 平面 GCE .
- (3) 求多面体 $AFEB$ CD的体积 .

- 16 如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $AD=2AB$ ， $SA=SD$ ， $SA\perp AB$ ， N 是棱 AD 的中点．



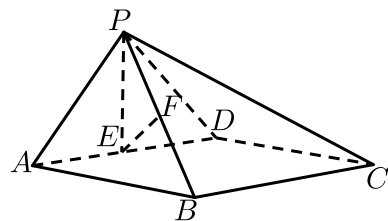
- (1) 求证： $AB\parallel$ 平面 SCD ；
- (2) 求证： $SN\perp$ 平面 $ABCD$ ；
- (3) 在棱 SC 上是否存在一点 P ，使得平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$ ？若存在，求出 $\frac{SP}{PC}$ 的值；若不存在，说明理由．

- 17 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA\perp AB$ ， $PA\perp BC$ ， $AB\perp BC$ ， $PA=AB=BC=2$ ， D 为线段 AC 的中点， E 为线段 PC 上一点．



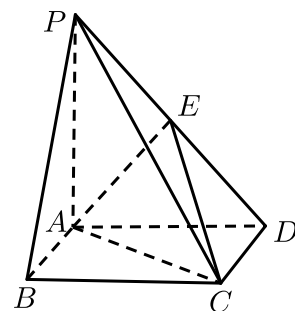
- (1) 求证： $PA\perp BD$ ．
- (2) 当 $PA\parallel$ 面 BDE 时，求三棱锥 $E-BCD$ 的体积．

- 18 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA \perp PD$ ， $PA = PD$ ， E, F 分别为 AD, PB 的中点。



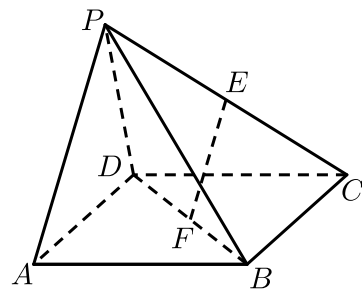
- (1) 求证： $PE \perp BC$ 。
- (2) 求证：平面 $PAB \perp$ 平面 PCD 。
- (3) 求证： $EF \parallel$ 平面 PCD 。

- 19 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $PA = AD = 2$ ，点 E 为线段 PD 的中点。



- (1) 求证： $PB \parallel$ 平面 AEC 。
- (2) 求证： $AE \perp$ 平面 PCD 。
- (3) 求三棱锥 $A-PCE$ 的体积。

- 20 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形， E, F 分别为 PC, BD 的中点，侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$ ，且 $PA = PD = \frac{\sqrt{2}}{2} AD = \sqrt{2}$ 。



- (1) 求证： $EF \parallel$ 平面 PAD 。
- (2) 求证： $PA \perp$ 平面 PCD 。
- (3) 求 V_{F-PBC} 。