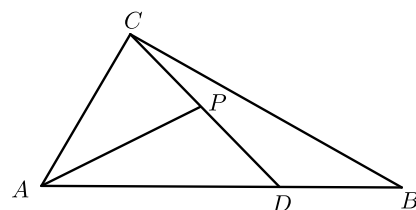


平面向量高一期末

- 1 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 10$, $AD = 2DC = 8$, E 为线段 BC 的中点, $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{DE}$ 的值为 _____ .

- 2 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, $\vec{AD} = 2\vec{DB}$, P 为 CD 上一点, 且满足 $\vec{AP} = m\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AB}$, 若 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4$, 则 $|\vec{AP}|$ 的最小值为 ().



A. 2

B. 4

C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{8}{3}$

- 3 已知向量 $\vec{a} = (1, -2)$, 则与 $\vec{a}$ 平行的单位向量的坐标为 ().

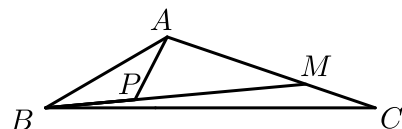
A. $(-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5})$

B. $(-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5})$ 或 $(\frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5})$

C. $(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5})$

D. $(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5})$ 或 $(-\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$

- 4 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 M 在线段 AC 上, 点 P 在线段 BM 上, 且满足 $\frac{AM}{MC} = \frac{MP}{PB} = 2$, 若 $|\vec{AB}| = 2$, $|\vec{AC}| = 3$, $\angle BAC = 120^\circ$, 则 $\vec{AP} \cdot \vec{BC}$ 的值为 _____ .



- 5 已知边长为2的菱形 $ABCD$ 中, 点 F 为 BD 上一动点, 点 E 满足 $\vec{BE} = 2\vec{EC}$, $\vec{AE} \cdot \vec{BD} = -\frac{2}{3}$, 则 $\vec{AF} \cdot \vec{EF}$ 的最小值为 ().

A. $-\frac{2}{3}$

B. $-\frac{4}{3}$

C. $-\frac{152}{75}$

D. $-\frac{73}{36}$

- 6 如图1, 平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 CD 的中点, AE 交 BD 于点 M . 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

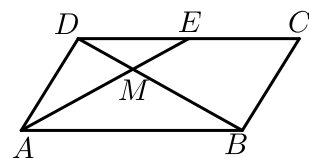


图 1

- (1) 分别用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{DM}$.
- (2) 若 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 4$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, 求 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DM}$.
- 7 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, $|\overrightarrow{AC}| = 2$, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, $|\overrightarrow{AD}| = \frac{\sqrt{37}}{3}$, 则 $|\overrightarrow{AB}| = \underline{\hspace{2cm}}$; 设 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), 且 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 4$, 则 λ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

- 8 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心为 O , 且 $2\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$, $|\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{BC}|$, 则向量 $\overrightarrow{AB}$ 在向量 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量为 ().

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}\overrightarrow{AC}$ C. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}\overrightarrow{AC}$

- 9 已知平面向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} - 3\vec{b}| = \sqrt{14}$.

- (1) 求 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的值.
- (2) 求向量 $2\vec{a} + \vec{b}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的投影.

- 10 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 1$, $\angle BAD = 60^\circ$, E 为 CD 的中点, 若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BE} = 1$, 则 AB 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

- 11 在 $\triangle ABC$ 中, D , E , F 分别 BC , CA , AB 的中点, 点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ 等于 ().

A. $\vec{0}$ B. $4\overrightarrow{MD}$ C. $4\overrightarrow{ME}$ D. $4\overrightarrow{MF}$

- 12 已知平面向量 $\vec{a} = (2, 2)$, $\vec{b} = (x, -1)$.

- (1) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 求 x .
- (2)

若 $\vec{a} \perp (\vec{a} - 2\vec{b})$ ，求 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 所成夹角的余弦值。

- 13 在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 2AB = 2$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， O 是 BC 的中点， M 是 AO 上一点，且 $\vec{AO} = 3\vec{MO}$ ，则 $\vec{MB} \cdot \vec{MC}$ 的值是 _____。

- 14 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F ，椭圆 E 与 y 轴正半轴的交点为 B ，直线 BF 与椭圆的另一个交点为 A ，若 $\vec{BF} = 3\vec{FA}$ ，则椭圆的离心率为 _____。

- 15 已知点 A, B, C 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上运动，且 $AB \perp BC$ 。若点 P 的坐标为 $(2, 0)$ ，则 $|\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC}|$ 的最大值为 ()。

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

- 16 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4$ ， $|\vec{BC}| = 3$ ， M, N 分别是 BC 边上的三等分点，则 $\vec{AM} \cdot \vec{AN}$ 的值是 ()。

A. 5 B. $\frac{21}{4}$ C. 6 D. 8

- 17 已知 $|\vec{a}| = 4$ ， $|\vec{b}| = 3$ ， $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$ 。
则 (1) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____；(2) $|\vec{a} + \vec{b}| =$ _____。

- 18 已知 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (7\vec{a} + 3\vec{b}) = -6$ ， $\vec{c} = m\vec{a} + 4\vec{b}$ ， $\vec{d} = 5\vec{a} + m\vec{b}$ 。

- (1) 求 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角。
(2) 当 m 取何值时， $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 共线？
(3) 当 m 为何值时， $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 垂直？

- 19 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2$ ， $AC = 3$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， D 是 BC 中点， E 在边 AC 上， $\vec{AE} = \lambda \vec{AC}$ ， $\vec{AD} \cdot \vec{BE} = \frac{1}{2}$ ，则 $|\vec{AD}| =$ _____， λ 的值为 _____。

20 已知非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 1$, 且 $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

(1) 求 $|\vec{b}|$.

(2) 当 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$ 时, 求向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角 θ 的值.

21 等腰梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel DC$, $BC = CD = 1$, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E, F 分别在线段 BC 和 DC 上, 且 $\vec{BE} = \lambda \vec{BC}$, $\vec{DF} = \frac{1}{4\lambda} \vec{DC}$, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{AF}$ 的最小值为 _____.

22 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel DC$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AB = 2$, $AD = CD = 1$, 对角线 AC 交 BD 于点 O , 点 M 在 AB 上, 且满足 $OM \perp BD$, 则 $\vec{AM} \cdot \vec{BD}$ 的值为 _____.

