

圆锥曲线解答题

1 2018~2019学年1月四川成都青羊区成都石室中学(文庙校区)高二上学期周测B卷第22题

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 $F(-c, 0)$ ，右顶点为 A ，点 E 的坐标为 $(0, c)$ ， $\triangle EFA$ 的面积为 $\frac{b^2}{2}$ 。

(1) 求椭圆的离心率。

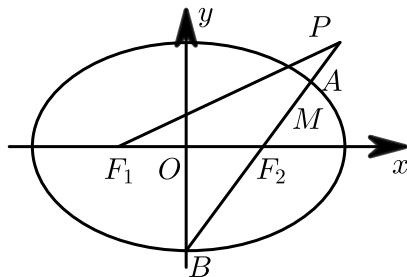
(2) 设点 Q 在线段 AE 上， $|FQ| = \frac{3}{2}c$ ，延长线段 FQ 与椭圆交于点 P ，点 M, N 在 x 轴上， $PM \parallel QN$ ，且直线 PM 与直线 QN 间的距离为 c ，四边形 $PQNM$ 的面积为 $3c$ 。

① 求直线 FP 的斜率。

② 求椭圆的方程。

2 2014年广东惠州高三一模理科第20题14分

在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(a, b) (a > b > 0)$ 为动点， F_1, F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右焦点。已知 $\triangle F_1PF_2$ 为等腰三角形。



(1) 求椭圆的离心率 e ；

(2) 设直线 PF_2 与椭圆相交于 A, B 两点， M 是直线 PF_2 上的点，满足 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = -2$ ，求点 M 的轨迹方程。

3 2020~2021学年12月北京东城区北京市第二中学高三上学期月考第20题15分

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 A ，上顶点为 B ，已知椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ， $|AB| = \sqrt{13}$ 。

(1) 求椭圆的方程。

(2)

设直线 $l: y = kx$ ($k < 0$) 与椭圆交于 P, Q 两点, l 与直线 AB 交于点 M , 且点 P, M 均在第四象限, 若 $\triangle BPM$ 的面积是 $\triangle BPQ$ 面积的 2 倍, 求 k 的值.

4 2015年高考真题天津卷理科第19题

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 $F(-c, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 点 M 在椭圆上且位于第一象限, 直线 FM 被圆 $x^2 + y^2 = \frac{b^2}{4}$ 截得的线段的长为 c , $|FM| = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

- (1) 求直线 FM 的斜率;
- (2) 求椭圆的方程;
- (3) 设动点 P 在椭圆上, 若直线 FP 的斜率大于 $\sqrt{2}$, 求直线 OP (O 为原点) 的斜率的取值范围.

5 2017~2018学年10月北京东城区北京市第一六六中学高三上学期月考理科第18题13分

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 F , 右顶点为 A , 离心率为 $\frac{1}{2}$. 已知 A 是抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, F 到抛物线的准线 l 的距离为 $\frac{1}{2}$.

- (1) 求椭圆的方程和抛物线的方程.
- (2) 设 l 上两点 P, Q 关于 x 轴对称, 直线 AP 与椭圆相交于点 B (B 异于点 A), 直线 BQ 与 x 轴相交于点 D . 若 $\triangle APD$ 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 求直线 AP 的方程.

6 2012年高考真题天津卷文科第19题

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 点 $P\left(\frac{\sqrt{5}}{5}a, \frac{\sqrt{2}}{2}a\right)$ 在椭圆上.

- (1) 求椭圆的离心率.
- (2) 设 A 为椭圆的左顶点, O 为坐标原点. 若点 Q 在椭圆上且满足 $|AQ| = |AO|$, 求直线 OQ 的斜率的值.

7 2008年天津高考文科

已知中心在原点的双曲线 C 的一个焦点是 $F_1(-3, 0)$, 一条渐近线的方程是 $\sqrt{5}x - 2y = 0$.

- (1) 求双曲线 C 的方程
- (2) 若以 k ($k \neq 0$) 为斜率的直线 l 与双曲线 C 相交于两个不同的点 M, N , 且线段 MN 的垂直平分线与两坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{81}{2}$, 求 k 的取值范围.

8 2019~2020学年5月四川成都双流县双流中学高二下学期月考文科第20题12分

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，连接椭圆的四个顶点得到的菱形的面积为4

- (1) 求椭圆的方程。
- (2) 设直线 l 与椭圆相交于不同的两点 A, B ，已知点 A 的坐标为 $(-a, 0)$ ，点 $Q(0, y_0)$ 在线段 AB 的垂直平分线上，且 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB} = 4$ ，求 y_0 的值。

9 2017~2018学年陕西宝鸡金台区高三上学期期中文科第20题12分

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，右顶点为 A ，上顶点为 B 。已知 $|AB| = \frac{\sqrt{3}}{2} |F_1 F_2|$ 。

- (1) 求椭圆的离心率。
- (2) 设 P 为椭圆上异于其顶点的一点，以线段 PB 为直径的圆经过点 F_1 ，经过点 F_2 的直线 l 与该圆相切于点 M ， $|MF_2| = 2\sqrt{2}$ 。求椭圆的方程。

10 2018~2019学年12月天津静海区静海县第一中学高二上学期月考第19题15分

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点为 B ，左焦点为 F ，离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ，

- (1) 求直线 BF 的斜率；
- (2) (Ⅱ) 设直线 BF 与椭圆交于点 P (P 异于点 B)，故点 B 且垂直于 BF 的直线与椭圆交于点 Q (Q 异于点 B) 直线 PQ 与 y 轴交于点 M ， $|PM| = \lambda |MQ|$ 。(i) 求 λ 的值；
(ii) 若 $|PM| \sin \angle BQP = \frac{7\sqrt{5}}{9}$ ，求椭圆的方程。

11 2011年高考真题天津卷文科第18题

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 。点 $P(a, b)$ 满足 $|PF_2| = |F_1 F_2|$ 。

- (1) 求椭圆的离心率 e 。
- (2) 设直线 PF_2 与椭圆相交于 A, B 两点，若直线 PF_2 与圆 $(x+1)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 16$ 相交于 M, N 两点，且 $|MN| = \frac{5}{8} |AB|$ ，求椭圆的方程。

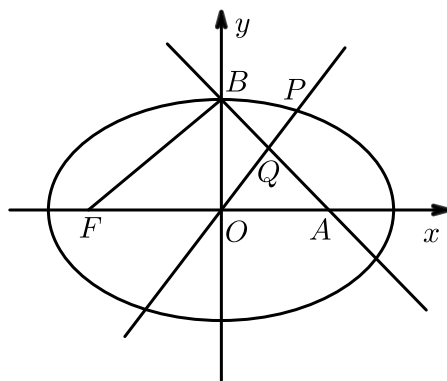
12 2017~2018学年陕西西安长安区长安区第一中学高二上学期期末文科第22题12分

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1$ ($a > \sqrt{3}$) 的右焦点为 F ，右顶点为 A ，已知 $\frac{1}{|OF|} + \frac{1}{|OA|} = \frac{3e}{|FA|}$ ，其中 O 为原点， e 为椭圆的离心率。

- (1) 求椭圆的方程；
- (2) 设过点 A 的直线 l 与椭圆交于点 B (B 不在 x 轴上)，垂直于 l 的直线与 l 交于点 M ，与 y 轴交于点 H ，若 $BF \perp HF$ ，且 $\angle MOA = \angle MAO$ ，求直线 l 的斜率。

13 2018~2019 学年浙江杭州西湖区杭州学军中学高二上学期期末第22题15分

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 F ，上顶点为 B ，已知椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ，点 A 的坐标为 $(b, 0)$ ，且 $|FB| \cdot |AB| = 6\sqrt{2}$ 。



- (1) 求椭圆的方程。
- (2) 设直线 $l: y = kx$ ($k > 0$) 与椭圆在第一象限的交点为 P ，且 l 与直线 AB 交于点 Q ，若 $\frac{|AQ|}{|PQ|} = \frac{5\sqrt{2}}{4} \sin \angle AOQ$ (O 为原点)，求 k 的值。

14 2015~2016 学年3月北京海淀区中央民族大学附属中学高二下学期月考理科第19题15分

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点为 F_1, F_2 ，右顶点为 A ，上顶点为 B 。已知 $|AB| = \frac{\sqrt{3}}{2} |F_1 F_2|$ 。

- (1) 求椭圆的离心率；
- (2) 设 P 为椭圆上异于其顶点的一点，以线段 PB 为直径的圆经过点 F_1 ，经过原点的直线 l 与该圆相切。求直线的斜率。

15 2009 年高考真题天津卷文科第17题14分

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点分别为 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0) (c > 0)$ ，过点 $E(\frac{a^2}{c}, 0)$ 的直线与椭圆相交于点 A, B 两点，且 $|F_1A| + |F_2B| = 2|F_1A|$ 。

- (1) 求椭圆的离心率。
- (2) 直线 AB 的斜率。
- (3) 设点 C 与点 A 关于坐标原点对称，直线 F_2B 上有一点 $H(m, n) (m \neq 0)$ 在 $\triangle AF_1C$ 的外接圆上，求 $\frac{n}{m}$ 的值。

16 2017~2018学年12月天津和平区天津市第二十中学高二上学期月考文科第19题10分

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F ，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，过点 F 且与 x 轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 。

- (1) 求椭圆的方程。
- (2) 设 A, B 分别为椭圆的左右顶点，过点 F 且斜率为 k 的直线与椭圆交于 C, D 两点，若 $\vec{AC} \cdot \vec{DB} + \vec{AD} \cdot \vec{CB} = 8$ ，求 k 的值。

17 2016年高考真题天津卷理科第19题14分

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1 (a > \sqrt{3})$ 的右焦点为 F ，右顶点为 A 。已知 $\frac{1}{|OF|} + \frac{1}{|OA|} = \frac{3e}{|FA|}$ ，其中 O 为原点， e 为椭圆的离心率。

- (1) 求椭圆的方程；
- (2) 设过点 A 的直线 l 与椭圆交于点 B (B 不在 x 轴上)，垂直于 l 的直线与 l 交于点 M ，与 y 轴交于点 H 。若 $BF \perp HF$ ，且 $\angle MOA \leq \angle MAO$ ，求直线 l 的斜率的取值范围。

18 2012年高考真题天津卷理科第19题

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B ，点 P 在椭圆上且异于 A, B 两点， O 为坐标原点。

- (1) 若直线 AP 与 BP 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$ ，求椭圆的离心率；
- (2) 若 $|AP| = |OA|$ ，证明直线 OP 的斜率 k 满足 $|k| > \sqrt{3}$ 。

19 2018年高考真题天津卷文科第20题14分

设函数 $f(x) = (x - t_1)(x - t_2)(x - t_3)$, 其中 $t_1, t_2, t_3 \in \mathbb{R}$, 且 t_1, t_2, t_3 是公差为 d 的等差数列 .

- (1) 若 $t_2 = 0, d = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程 .
- (2) 若 $d = 3$, 求 $f(x)$ 的极值 .
- (3) 若曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = -(x - t_2) - 6\sqrt{3}$ 有三个互异的公共点 , 求 d 的取值范围 .