

函数零点模考题

- 1 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - |kx^2 - 2x|$ ($k \in \mathbf{R}$) 恰有4个零点, 则 k 的取值范围是()

A. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$ B. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (0, 2\sqrt{2})$
C. $(-\infty, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$ D. $(-\infty, 0) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

- 2 已知函数 $h(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & x > 0 \\ \frac{1+x}{1-x}, & x \leq 0 \end{cases}$, 函数 $g(x) = h(1-x) - mx + m - \frac{1}{2}$ 恰有三个不同的零点, 则 m 的取值范围是() .

A. $[0, 2 - \sqrt{2}) \cup \{-\frac{1}{2}\}$ B. $[0, 2 + \sqrt{2}) \cup \{\frac{9}{2}\}$
C. $(-2 - \sqrt{2}, 0] \cup \{\frac{9}{2}\}$ D. $(-2 + \sqrt{2}, 0] \cup \{-\frac{1}{2}\}$

- 3 已知实数 $a > 0$, 函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} + \frac{a}{2}, & x < 0 \\ e^{x-1} + \frac{a}{2}x^2 - (a+1)x + \frac{a}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f[-f(x)] = e^{-a} + \frac{a}{2}$ 有三个不等的实根, 则实数 a 的取值范围是() .

A. $(1, 2 + \frac{2}{e})$ B. $(2, 2 + \frac{2}{e})$ C. $(1, 1 + \frac{1}{e})$ D. $(2, 2 + \frac{1}{e})$

- 4 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, 函数 $g(x) = \begin{cases} -(x+3)^2 + 1, & x < 0 \\ (x - \frac{1}{2})^2 + 1, & x \geq 0 \end{cases}$, 则关于 x 的方程

$g[f(x)] - a = 0$ ($a > 0$) 的实根个数取得最大值时, 实数 a 的取值范围是() .

A. $(1, \frac{5}{4}]$ B. $(1, \frac{5}{4})$ C. $[1, \frac{5}{4}]$ D. $(0, \frac{5}{4}]$

- 5 已知函数 $f(x) = |x - 2| + 1$, $g(x) = kx$, 若 $f(x) = g(x)$ 有两个不相等的实根, 则实数 k 的取值范围是() .

A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, +\infty)$

- 6 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足：当 $x \in (-1, 1]$ 时， $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{x+1}, & -1 < x \leq 0 \\ 2^{2-x} - 2, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$ ，且 $f(x+2) = f(x)$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立．若函数 $g(x) = f(x) - m(x+1)$ 在区间 $[-1, 5]$ 内有 6 个零点，则实数 m 的取值范围是 _____．

- 7 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = ax - a$ 恰有 1 个实根，则实数 a 的取值范围是 () ．

- A. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1] \cup [0, 1]$
C. $[-1, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

- 8 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(a+1)x^2 + ax, & x \geq 0 \end{cases}$ ，若函数 $y = f(x) - ax - b$ 恰有三个零点，则 () ．

- A. $a < -1, b < 0$ B. $a < -1, b > 0$ C. $a > -1, b < 0$ D. $a > -1, b > 0$

- 9 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \leq 0 \\ \frac{2x-4}{x}, & x > 0 \end{cases}$ ，若函数 $F(x) = f(x) - |kx - 1|$ 有且只有 3 个零点，则实数 k 的取值范围 () ．

- A. $(0, \frac{9}{16})$ B. $(\frac{9}{16}, +\infty)$
C. $(0, \frac{1}{2})$ D. $(-\frac{1}{16}, 0) \cup (0, \frac{9}{16})$

- 10 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-1}, & x \leq 0 \\ x^3 - (a+1)x^2 + 2ax, & x > 0 \end{cases}$ ，若方程 $f(x) = ax$ 有 4 个不同的实数根，则实数 a 的取值范围是 () ．

- A. $(-1, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, 1]$ D. $(1, +\infty)$

- 11 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + \frac{1}{4x^2 + 8x}, & -2 < x < 0 \\ x^2 + 2x - 1, & x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 0 \end{cases}$ ，若函数 $g(x) = a|f(x)| + 1$ 有 6 个零点，则实数 a 的取值范围是 _____．

- 12 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 0 \\ a \left| x + \frac{1}{2} \right| - \frac{15}{4}, & x \leq 0 \end{cases}$, 函数 $g(x) = x^3$, 若方程 $g(x) = xf(x)$ 有 4 个不同实根, 则实数 a 的取值范围为 ().

A. $\left(3, \frac{15}{2}\right]$ B. $\left(5, \frac{15}{2}\right]$ C. $(-3, 5)$ D. $(3, 5)$

- 13 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递增, 且 $f(-1) = -1$. 若 $f(x-1) + 1 \geq 0$, 则 x 的取值范围是 _____; 设函数 $g(x) = \begin{cases} (\sqrt{x} + 1)^2 - a - 1, & x > 0 \\ 2^x + x - a + 1, & x \leq 0, \end{cases}$ 若方程 $f(g(x)) + 1 = 0$ 有且只有两个不同的实数解, 则实数 a 的取值范围为 _____.

- 14 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x^2 + 5x + 4|, & x \leq 0 \\ 2|x - 2|, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $y = f(x) - a|x|$ 有 4 个零点, 则实数 a 的取值范围为 _____.

- 15 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{17}{6}x + 1, & -2 \leq x < 0 \\ \ln x, & 0 < x \leq e \end{cases}$, 函数 $g(x) = kx$, 若关于 x 的方程 $f(x) - g(x) = 0$ 有 3 个互异的实数根, 则实数 k 的取值范围是 ().

A. $\left(\frac{1}{e}, \frac{5}{6}\right)$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{e}\right]$ C. $\left[\frac{1}{3}, \frac{5}{6}\right]$ D. $\left(0, \frac{1}{e}\right)$

- 16 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \leq 1 \\ -x^2 + 3x - 2, & x > 1 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - k|x + 2|$ 有三个零点, 则实数 k 的取值范围是 _____.

- 17 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}, & x \leq 1 \\ -x^2 + 4x - 2, & x > 1 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x) = a$ ($a \in \mathbf{R}$) 恰有两个互异的实数解, 则 a 的取值范围是 _____.

- 18 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + (t+1)x + 2t^2, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$, 若关于 x 的不等式 $f(x) \leq t$ 的解集为 $[a, b] \cup [c, d]$, 且 $b < c$, $ab + cd - \frac{t}{2} < \frac{27}{32}$, 则实数 t 的取值范围为 ().

A. $\left(\frac{5}{16}, \frac{4}{7}\right)$ B. $\left(\frac{5}{16}, \frac{5}{8}\right)$ C. $\left(\frac{5}{16}, 1\right)$ D. $\left[\frac{1}{2}, \frac{4}{7}\right)$

19 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \leq 0 \\ 2\sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$ ，若存在 $x \in \mathbf{R}$ 使得关于 x 的不等式 $f(x) \leq ax - 1$ 成立，则实数 a 的取值范围是 _____。

20 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + \frac{a}{x} + 1, & x < 0 \\ 2\ln x - 6x, & x > 0 \end{cases}$ ，若关于 x 的方程 $f(x) + f(-x) = 0$ 恰有四个不同的解，则实数 a 的取值范围是 _____。

21 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - 2x, & x > 0 \\ x^2 + 2x, & x \leq 0 \end{cases}$ 的图像上有且仅有四个不同的点关于直线 $y = -1$ 的对称点在 $y = kx - 1$ 的图像上，则实数 k 的取值范围是 ()。

- A. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ B. $(0, 1)$ C. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ D. $(-1, 0)$

22 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x + 1, & x \leq 0 \\ 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x > 0 \end{cases}$ ，若关于 x 的方程 $(f(x) - 1)(f(x) - m) = 0$ 恰有 5 个不同的实数根，则实数 m 的取值范围是 ()。

- A. $(1, 2)$ B. $(1, 5)$ C. $(2, 3)$ D. $(2, 5)$

23 已知 $a \in \mathbf{R}$ ，设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 2a, & x \leq 1 \\ \ln x + 1, & x > 1 \end{cases}$ ，若关于 x 的方程 $f(x) = -\frac{1}{4}x + a$ 恰有两个互异的实数解，则实数 a 的取值范围是 ()。

- A. $(-\infty, 0]$ B. $\left(\frac{5+2\sqrt{6}}{8}, +\infty\right)$
C. $(-\infty, 0] \cup \left(\frac{5+2\sqrt{6}}{8}, +\infty\right)$ D. $\left(-\infty, \frac{5-2\sqrt{6}}{8}\right) \cup \left[\frac{5}{4}, +\infty\right)$

24 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x+4}, & -4 < x < 2 \\ \sqrt{\frac{x^3}{6-x}}, & 2 \leq x < 6 \end{cases}$ ，若方程 $f(x) - ax^2 = 0$ 有 5 个不等实根，则实数 a 的取值范围是 ()。

- A. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ B. $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right]$
C. $\left[\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{2}}{4}\right]$ D. $\left(\frac{\sqrt{2}}{4}, +\infty\right) \cup \left\{\frac{1}{3}\right\}$

25 已知函数 $f(x) = |\ln x|$, $g(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1 \\ |x^2 - 4|, & x > 1 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x) + m = g(x)$ 恰有三个不相等的实数解, 则 m 的取值范围是 () .

A. $(-\ln 2, 0]$

B. $[0, \ln 2]$

C. $(-2 - \ln 2, 0]$

D. $[0, 2 + \ln 2)$