

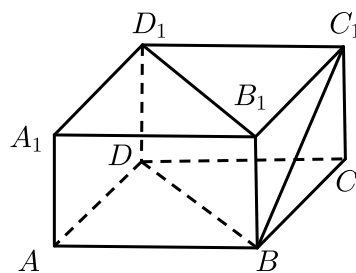
02空间向量在立体几何中的应用练习题

线线角

- 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CC_1 的中点, 则异面直线 AE 与 CD 所成角的正切值为 () .
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$
- 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E 是 AB 的中点, 求 DB_1 与 CE 所成角的余弦值为 _____ .

线面角

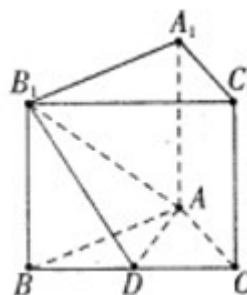
- 若两个向量 $\vec{AB} = (1, 2, 3)$, $\vec{AC} = (3, 2, 1)$, 则平面 ABC 的一个法向量为 () .
 A. $(-1, 2, -1)$ B. $(1, 2, 1)$ C. $(1, 2, -1)$ D. $(-1, 2, 1)$
- 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 2$, $AA_1 = 1$, 则 BC_1 与平面 BB_1D_1D 所成角的正弦值为 () .



- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

二面角

- 向量 $\vec{a} = (0, -1, 3)$, $\vec{b} = (2, 2, 4)$ 分别在二面角的两个半平面内, 且都与二面角的棱垂直, 则这个二面角的余弦值为 _____ .
- 若两个平面 α , β 的法向量分别是 $\vec{n} = (1, 0, 1)$, $\vec{v} = (-1, 1, 0)$, 则这两个平面所成的锐二面角的度数是 _____ .
- 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 $A - BD_1 - B_1$ 的大小是 _____ .
- 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $A_1A \perp$ 平面 ABC , $AB \perp AC$, 且 $AB = AC = AA_1 = 1$, D 为线段 BC 中点. 则二面角 $D - AB_1 - B$ 的余弦值是 () .



A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

🔔 向量证明空间中的平行垂直关系

9. 若平面 α , β 的法向量分别为 $\vec{n}_1 = (1, 2, -2)$, $\vec{n}_2 = (-3, -6, 6)$, 则 () .

A. $\alpha // \beta$

B. $\alpha \perp \beta$

C. α , β 相交但不垂直

D. 以上均错

10. 若直线 l 的方向向量为 $\vec{d} = (-1, 0, -2)$, 平面 α 的法向量为 $\vec{u} = (4, 0, 8)$, 则 () .

A. $l // \alpha$

B. $l \perp \alpha$

C. $l \subset \alpha$

D. l 与 α 斜交

11. 若两个不同平面 α , β 的法向量分别为 $\vec{u} = (1, 2, -1)$, $\vec{v} = (-3, -6, 3)$, 则 () .

A. $\alpha // \beta$

B. $\alpha \perp \beta$

C. α , β 相交但不垂直

D. 以上均不正确

12. 已知直线 l 的一个方向向量 $\alpha = (-2, 3, 1)$, 平面 α 的一个法向量 $\vec{n} = (4, 0, 8)$, 则直线 l 与平面 α 的位置关系是 ()

A. $l // \text{平面 } \alpha$

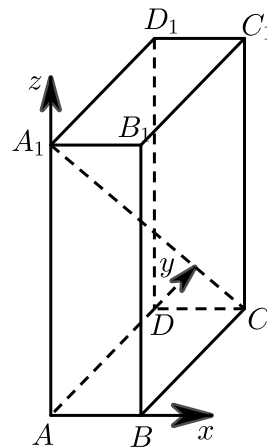
B. $l // \text{平面 } \alpha$ 或 $l \subset \text{平面 } \alpha$

C. $l \perp \text{平面 } \alpha$

D. $l \subset \text{平面 } \alpha$

🔔 距离公式

13. 如图所示, 在空间直角坐标系中有长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, $AB = 1$, $BC = 2$, $AA_1 = 3$, 则点 B 到直线 A_1C 的距离为 () .



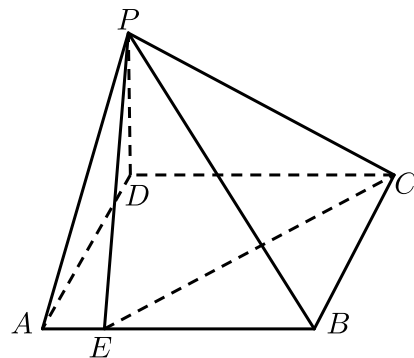
A. $\frac{2}{7}$

B. $\frac{2\sqrt{35}}{7}$

C. $\frac{\sqrt{35}}{7}$

D. 1

14. 四棱锥 $PABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PD \perp \text{平面 } ABCD$ 且 $PD = AD = 1$, $AB = 2$, 点 E 是线段 AB 上一点, 当面 PEC 与面 $ABCD$ 的夹角为 45° 时, $AE =$ _____, 这时点 P 到直线 CE 的距离是 _____.



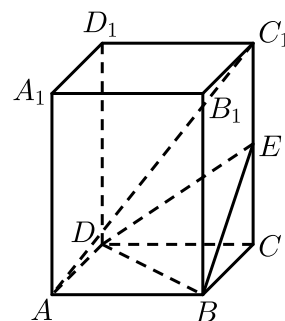
15. 已知直线 m 过点 $O(0,0,0)$ ，其方向向量是 $\vec{a} = (1,1,1)$ ，则点 $Q(3,4,5)$ 到直线 m 的距离是 () .

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

16. 已知向量 $\vec{n} = (2,0,1)$ 为平面 α 的法向量，点 $A(-1,2,1)$ 在 α 内，则 $P(1,2,-2)$ 到 α 的距离为 () .

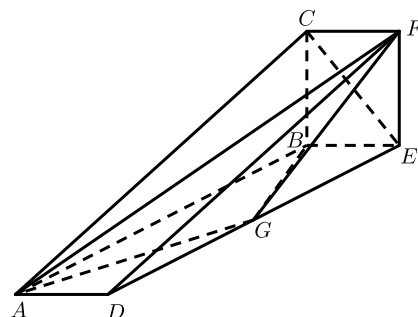
- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{10}$

17. 已知正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 2$ ， $CC_1 = 2\sqrt{2}$ ， E 为 CC_1 的中点. 则点 A 到平面 DBE 的距离为 _____ .



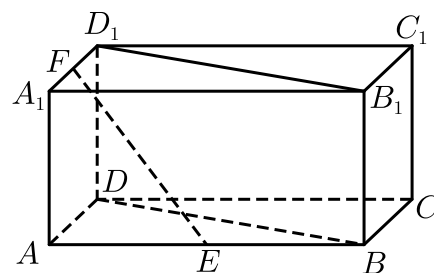
在解答题中的综合应用

18. 如图，三棱柱 $ABC - DEF$ 的侧面 $BEFC$ 是边长为 1 的正方形，侧面 $BEFC \perp$ 侧面 $ADEB$ ， $AB = 4$ ， $\angle DEB = 60^\circ$ ， G 是 DE 的中点.

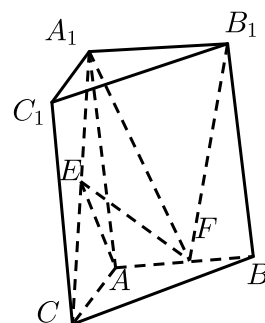


- (1) 求证： $CE \parallel$ 平面 AGF ；
 (2) 求证： $GB \perp$ 平面 $BEFC$ ；
 (3) 在线段 BC 上是否存在一点 P ，使二面角 $P - GE - B$ 为 45° ，若存在，求 BP 的长，若不存在，说明理由.

19. 已知长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD = 2$, $AB = 4$, $AA_1 = 3$, E , F 分别是棱 AB , A_1D_1 的中点.



- (1) 求证: 直线 $EF \parallel$ 平面 BB_1D_1D .
- (2) 求直线 EF 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值.
20. 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 底面 ABC , $AC \perp AB$, $AC = AB = 4$, $AA_1 = 6$, 点 E , F 分别为 CA_1 , AB 的中点.



- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 BCC_1B_1 .
- (2) 求直线 B_1F 与平面 AEF 所成角的正弦值.
- (3) 求二面角 $E - AF - A_1$ 的余弦值.