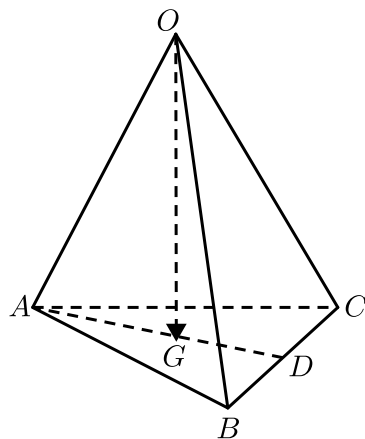


01空间向量的基本概念与运算练习题

线性运算

1. 2020~2021学年天津滨海新区高二上学期期末第10题5分 ★★

如图，在四面体 $OABC$ 中， D 是 BC 的中点， G 是 AD 的中点，则 $\overrightarrow{OG}$ 等于 () .



A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$
C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$

B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$
D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$

【答案】 C

【解析】 在四面体 $OABC$ 中， D 是 BC 的中点， G 是 AD 的中点，则 $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD})$ ，
 $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$.

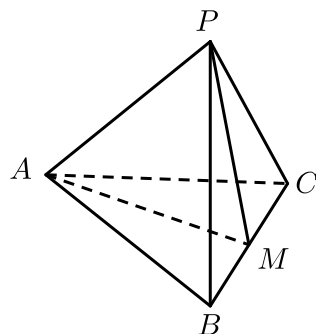
$$\therefore \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OC} .$$

故选 C .

【标注】 【知识点】 空间向量的线性运算（非坐标）

2. 2020~2021学年10月天津和平区天津市双菱中学高二上学期月考第7题4分 ★★

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，点 M 为线段 BC 的中点， $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{PA} + y\overrightarrow{PB} + z\overrightarrow{PC}$ ，则 $x + y + z =$ () .



A. 0

B.

C. 1

D. -1

$$\frac{1}{2}$$

【答案】A

【解析】 $\because \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PA}$,

$$\therefore x = -1, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2},$$

$$\therefore x + y + z = 0.$$

故选A.

【标注】【知识点】空间向量的线性运算（非坐标）

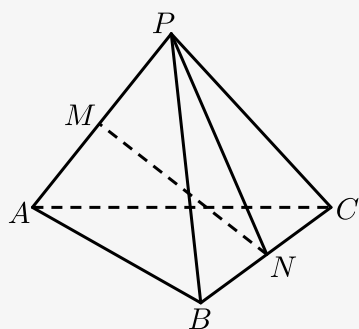
3. 2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高二上学期中第10题4分 ★★

在正四面体 $P-ABC$ 中， M 是棱 PA 上的点，且 $PM = 2MA$ ， N 是棱 BC 的中点，若

$\overrightarrow{MN} = x\overrightarrow{PA} + y\overrightarrow{PB} + z\overrightarrow{PC}$ ，则 $x + y + z$ 的值为 _____.

【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】连接 PN ，



$\because N$ 为 midpoint,

$$\therefore \overrightarrow{PN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PC},$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PN}$$

$$= -\frac{2}{3}\overrightarrow{PA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PC},$$

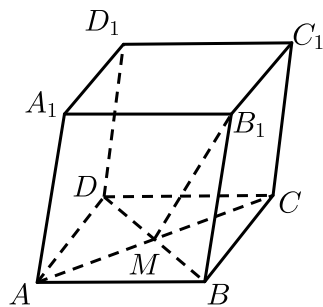
$$\therefore x + y + z = -\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

【标注】【知识点】空间向量的线性运算（非坐标）

4. 2020~2021学年天津红桥区天津市复兴中学高二上学期中第9题3分 ★

如图，平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， AC 与 BD 交于点 M ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，

$\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$ ，则 $\overrightarrow{B_1M} = ()$.



- A. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ D. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$

【答案】 D

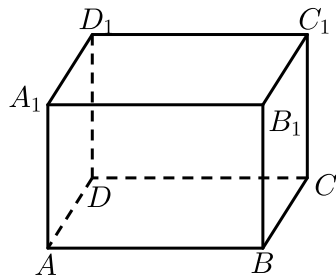
【解析】 $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$,
 $\therefore \overrightarrow{B_1M} = -\overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{2}(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$
 $= -\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

故选 D.

【标注】【知识点】空间向量基本定理

5. 2017~2018学年天津河西区高二上学期期末理科第4题3分 ★

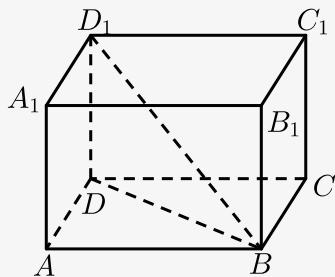
在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD_1} = (\quad)$.



- A. $\overrightarrow{D_1B_1}$ B. $\overrightarrow{D_1B}$ C. $\overrightarrow{DB_1}$ D. $\overrightarrow{BD_1}$

【答案】 D

【解析】 如图所示,



长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD_1} = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}.$$

故选 D .

【标注】【知识点】空间向量线性运算的坐标表示；空间向量的线性运算（非坐标）

共线共面问题

6. 2017~2018学年北京西城区北京市第四中学高二上学期期中理科第20题5分 ★★

若 A, B, C, D 四点共面，且 $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} + x\overrightarrow{OD} = \vec{0}$ ，则 x 的值是（ ）.

A. 4

B. 2

C. 6

D. -6

【答案】 D

【解析】 $\because \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} + x\overrightarrow{OD} = \vec{0}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{OC} - x\overrightarrow{OD},$$

$\because A, B, C, D$ 四点共面，

$$\therefore -2 - 3 - x = 1,$$

$$\therefore x = -6.$$

【标注】【知识点】空间向量基本定理

7. ★★

已知 $\vec{a} = (2, -1, 1)$ ， $\vec{b} = (-1, 4, -2)$ ， $\vec{c} = (11, 5, \lambda)$ ，若向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ 共面，则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】 $\because$ 向量 $\vec{a} = (2, -1, 1)$ ， $\vec{b} = (-1, 4, -2)$ ， $\vec{c} = (11, 5, \lambda)$ 三个向量共面 .

$$\therefore \vec{a} = x\vec{b} + y\vec{c}$$

$$\therefore (2, -1, 1) = x(-1, 4, -2) + y(11, 5, \lambda)$$

$$\therefore 2 = -x + 11y \text{ ①}$$

$$-1 = 4x + 5y \text{ ②}$$

$$1 = -2x + \lambda y \text{ ③}$$

$$\text{由①②解得 } x = -\frac{3}{7}, y = \frac{1}{7}.$$

代入③解得 $\lambda = 1$.

故 λ 的值为 1 .

【标注】【知识点】空间向量基本定理；空间向量的线性运算（非坐标）

8. ★★

对于空间三个向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{a} + 2\vec{b}$ ，它们一定是（ ）.

A. 共线向量

B. 不共线向量

C. 共面向量

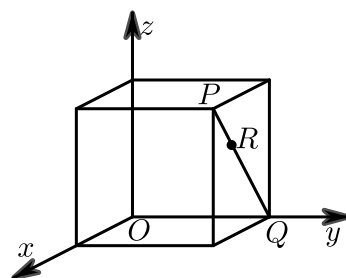
D. 不共面向量

【答案】 C**【解析】** 由题意 $\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{a} + 2 \times \vec{b}$,由空间向量基本定理知空间三个向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 一定共面.

故选 C.

【标注】 【知识点】空间向量的线性运算（非坐标）；空间向量基本定理**坐标计算**

9. 2018~2019学年5月天津河东区天津市第五十四中学高一下学期月考第10题4分 ★★

如图，空间直角坐标系中，正方体棱长为2， $PQ = 3PR$ ，则点R的空间直角坐标为_____.**【答案】** $\left(\frac{4}{3}, 2, \frac{4}{3}\right)$ **【解析】** 由题可知， $P(2, 2, 2)$ ， $Q(0, 2, 0)$ ，

$$\therefore \overrightarrow{PQ} = (-2, 0, -2),$$

$$\because PQ = 3PR,$$

$$\therefore \overrightarrow{PR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PQ} = \left(-\frac{2}{3}, 0, -\frac{2}{3}\right),$$

$$\therefore R = \left(\frac{4}{3}, 2, \frac{4}{3}\right).$$

【标注】 【知识点】空间向量的线性运算（非坐标）；空间向量线性运算的坐标表示

10. 2017~2018学年天津武清区高二上学期期中文科第5题4分 ★

已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，以A为坐标原点，向量 $\overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{BA}$ ， $\overrightarrow{AA_1}$ 的方向分别为 x ， y ， z 轴的正方向建立空间直角坐标系 $A - xyz$ ，则点 C_1 的坐标为().

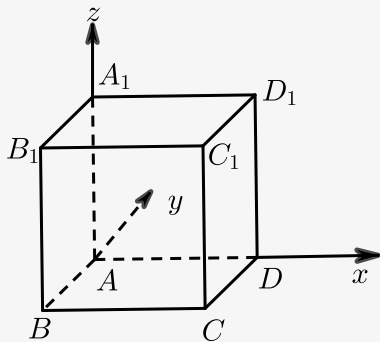
A. (1, 1, 1)

B. (-1, -1, 1)

C. (1, -1, -1)

D. (1, -1, 1)

【答案】 D**【解析】** 如图：



正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1 ,

点 C_1 的坐标为 $(1, -1, 1)$.

故选 D .

【标注】【知识点】建立空间直角坐标系

11. 2018~2019学年天津河东区高二上学期期末第3题 ★

已知 $\overrightarrow{AB} = (1, -1, 0)$, 点 $C(0, 1, -2)$, 若 $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$, 则点 D 的坐标为 () .

- A. $(-2, 3, -2)$ B. $(2, -3, 2)$ C. $(-2, 1, 2)$ D. $(2, -1, -2)$

【答案】 D

【解析】 设 D 点坐标为 (x, y, z) ,

则 $\overrightarrow{CD} = (x, y - 1, z + 2)$.

又因为 $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$,

$$\text{所以 } \begin{cases} x = 2 \times 1 \\ y - 1 = 2 \times (-1) \\ z + 2 = 2 \times 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases},$$

$D(2, -1, -2)$.

故选 D .

【标注】【知识点】空间向量线性运算的坐标表示

12. 2018~2019学年天津和平区高二上学期期末第2题 ★

在空间直角坐标系中, 点 $P(-3, 0, 4)$ 位于 () .

- A. y 轴上 B. z 轴上 C. xOz 平面内 D. yOz 平面内

【答案】 C

【解析】 $y_P = 0$, 因此, 点 P 在 xOz 平面内 .

故选 C .

【标注】【知识点】建立空间直角坐标系

13. 2019~2020学年天津河东区高二上学期期末第1题4分 ★

设 $M(5, -1, 2)$, $A(4, 2, -1)$, $O(0, 0, 0)$, 若 $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$, 则 B 点坐标为 ().

- A. $(-1, 3, -3)$ B. $(1, -3, 3)$ C. $(9, 1, 1)$ D. $(-9, -1, -1)$

【答案】 C

【解析】 设点 B 的坐标为 (x, y, z) ;

$$\text{则 } \overrightarrow{OM} = (5, -1, 2),$$

$$\overrightarrow{AB} = (x - 4, y - 2, z + 1),$$

$$\text{则由 } \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB},$$

$$\text{得 } x - 4 = 5, y - 2 = -1, z + 1 = 2,$$

$$\text{解得 } x = 9, y = 1, z = 1,$$

所以 C 选项是正确的.

【标注】 【知识点】 空间向量线性运算的坐标表示

14. 2018~2019学年天津高二上学期期末第12题4分 ★

已知向量 $\vec{a} = (2, -1, 3)$ 与 $\vec{b} = \left(3, \lambda, \frac{9}{2}\right)$ 平行, 则实数 λ 的值为 ____.

【答案】 $-\frac{3}{2}$

【解析】 $\because \vec{a} // \vec{b},$

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{-1}{\lambda},$$

$$\therefore \lambda = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{故答案为: } -\frac{3}{2}.$$

【标注】 【知识点】 空间向量线性运算的坐标表示

15. 2018~2019学年天津河西区高二上学期期末第5题 ★

已知 $\vec{a} = (2, -1, 2)$, $\vec{b} = (-4, 2, x)$, 且 $\vec{a} // \vec{b}$, 则 $x =$ ().

- A. 5 B. 4 C. -4 D. -2

【答案】 C

【解析】 $\because \vec{a} // \vec{b},$

$$\therefore \frac{2}{-4} = \frac{-1}{2} = \frac{2}{x}, \text{ 解得 } x = -4.$$

故选 C.

【标注】【知识点】空间向量线性运算的坐标表示

16. 2018~2019学年天津和平区天津市耀华中学高一下学期期末第13题4分 ★★

已知向量 $\vec{a} = (x, y, 1)$, $\vec{b} = (3, 2, z)$, 且 $\vec{a} // \vec{b}$, 则 $xz + yz$ 的值是 _____.

【答案】 5

【解析】 由于 $\vec{a} // \vec{b}$, 故存在 t , 使得 $\vec{b} = t\vec{a}$,

$$\text{即有 } \begin{cases} tx = 3 \\ ty = 2 \\ t = z \end{cases},$$

$$\Rightarrow \begin{cases} xz = 3 \\ yz = 2 \end{cases},$$

$$\therefore xz + yz = 3 + 2 = 5.$$

【标注】【知识点】向量法解决异面直线所成角问题

17. 2019~2020学年天津高二上学期期末部分区第1题4分 ★

已知空间向量 $\vec{a} = (1, -1, 0)$, $\vec{b} = (m, 1, 1)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 $m = (\quad)$.

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

【答案】 C

【解析】 $\vec{a} = (1, -1, 0)$, $\vec{b} = (m, 1, 1)$,

若 $\vec{a} \perp \vec{b}$,

则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$,

即 $m - 1 = 0$, 即 $m = 1$.

故选 C.

【标注】【知识点】空间向量的数量积及其坐标表示

18. 2019~2020学年天津河东区高二上学期期末第4题4分 ★

已知向量 $\vec{a} = (-1, 2, 4)$, $\vec{b} = (x, -1, -2)$, 并且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 x 的值为 ().

A. 10

B. -10

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

【答案】 B

【解析】 $\because \vec{a} \perp \vec{b}$,

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = -x - 2 - 8 = 0,$$

解得 $x = -10$.

故选 B .

【标注】【知识点】空间向量的数量积及其坐标表示

19. 2019~2020学年天津宝坻区大口屯高级中学高二上学期开学考试第2题4分 ★

在空间直角坐标系中, 已知点 $A(1, 0, 1)$, 点 $B(0, 1, -1)$, 则 $|AB| = (\quad)$.

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{2}$ C. 6 D. 2

【答案】A

【解析】在空间直角坐标系中, 已知点 $A(1, 0, 1)$ 与点 $B(0, 1, -1)$,
则 A, B 两点间的距离是 $\sqrt{(1-0)^2 + (0-1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{6}$.
故答案为: A .

【标注】【知识点】向量法求空间距离; 空间中两点间的距离

20. 2018~2019学年天津和平区天津市耀华中学高一下学期期末第1题4分 ★

若向量 $\vec{OA} = (2, 3, -1)$, $\vec{OB} = (-2, 1, 3)$, 则 $|\vec{AB}| = (\quad)$.

- A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{6}$ C. 5 D. 6

【答案】D

【解析】 $\because \vec{OA} = (2, 3, -1)$, $\vec{OB} = (-2, 1, 3)$,
 $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (-4, -2, 4)$,
 $\therefore |\vec{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + 4^2}$
 $= \sqrt{16 + 4 + 16}$
 $= 6$.
故选 D .

【标注】【知识点】空间向量线性运算的坐标表示

21. 2015~2016学年天津和平区高二上学期期末理科第8题4分 ★★

已知 $A(2, -5, 1)$, $B(1, -4, 1)$, $C(2, -2, 4)$, 则 $\vec{AB}$ 与 $\vec{AC}$ 的夹角为 $(\quad)$.

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

【答案】B

【解析】空间向量的数量积运算 .

$\because A(2, -5, 1)$, $B(1, -4, 1)$, $C(2, -2, 4)$,

$$\begin{aligned}\therefore \overrightarrow{AB} &= (-1, 1, 0), \overrightarrow{AC} = (0, 3, 3), \\ \therefore \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= -1 \times 0 + 1 \times 3 + 0 \times 3 = 3. \\ \text{并且 } |\overrightarrow{AB}| &= \sqrt{2}, |\overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{2}. \\ \therefore \cos \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \rangle &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \times |\overrightarrow{AC}|} = \frac{3}{\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}} = \frac{1}{2}. \\ \therefore \overrightarrow{AB} \text{ 与 } \overrightarrow{AC} \text{ 的夹角为 } &\frac{\pi}{3}.\end{aligned}$$

故选：B.

【标注】【知识点】空间向量的数量积及其坐标表示

22. 2018~2019学年天津河北区天津市第二中学高二下学期开学考试第8题 ★★

已知A点坐标是 $(-1, -2, 6)$ ， $B(1, 2, -6)$ ，O为坐标原点，则向量 $\overrightarrow{OA}$ 与向量 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角是() .

- A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{3\pi}{2}$

【答案】 C

【解析】 $\overrightarrow{OA} = (-1, -2, 6)$ ， $\overrightarrow{OB} = (1, 2, -6)$ ，
 $\therefore \cos \langle \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB} \rangle = \frac{-1 - 4 - 36}{\sqrt{1+4+36} \cdot \sqrt{1+4+36}} = -1$ ，
 $\therefore \overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 夹角为 π .

故选C .

【标注】【知识点】向量法解决异面直线所成角问题

23. 2015~2016学年北京海淀区北方交通大学附属中学高二上学期期中理科第2题5分 ★

向量 $\vec{a} = (1, 0, 0)$ ， $\vec{b} = (0, 1, 0)$ ， $\vec{c} = (a, b, c)$ ，若 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ 三个向量共面，则有() .

- A. $a = 0$ B. $b = 0$ C. $c = 0$ D. $a = b = c = 0$

【答案】 C

【解析】 若向量共面，则 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，
 $(a, b, c) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) = (x, y, 0)$ ，
 $\therefore c = 0$.

【标注】【知识点】空间向量的正交分解及其坐标表示；向量法解决空间中的平行问题