

02直线的方程2练习题

1. 距离公式

中点坐标公式问题

1. 2020~2021学年天津和平区天津市第一中学高二上学期期中第11题4分 ★★

已知点 $A(1, 2)$, $B(3, 1)$, 则线段 AB 的垂直平分线的方程是 _____ .

【答案】 $4x - 2y - 5 = 0$

【解析】 设 AB 中点 M 的坐标为 (x, y) , 则 $x = \frac{1+3}{2} = 2$,
 $y = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$, 所以从 $M\left(2, \frac{3}{2}\right)$,
因为直线 AB 的斜率为 $\frac{2-1}{1-3} = -\frac{1}{2}$, 所以线段 AB 垂直平分线的斜率 $k = 2$,
则线段 AB 的垂直平分线的方程为 $y - \frac{3}{2} = 2(x - 2)$ 化简得 $4x - 2y - 5 = 0$,
故答案为 : $4x - 2y - 5 = 0$.

【标注】 【知识点】直线的垂直 ; 直线的点斜式方程 ; 直线方程的五种形式的联系和使用范围的区别

2. 2020~2021学年天津西青区张家窝中学高二上学期期中第22题3分 ★★

已知点 $A(-7, 4)$, 点 $B(-5, 6)$, 求线段 AB 的垂直平分线的方程 .

【答案】 $x + y + 1 = 0$.

【解析】 点 $A(-7, 4)$, 点 $B(-5, 6)$, 的中点为 $(-6, 5)$,
线段 AB 的斜率为 $k = \frac{6-4}{-5+7} = 1$,
那么线段的垂直平分线方程为 $y - 5 = -(x + 6) \Rightarrow x + y + 1 = 0$,
综上所述 , 结论是 : $x + y + 1 = 0$.

【标注】 【知识点】直线的点斜式方程

点到直线距离公式

3. 2020~2021学年天津红桥区高二上学期期末第12题4分 ★★★

点 $P(1, -1)$ 到直线 $x - y + 1 = 0$ 的距离是 _____ .

【答案】 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

【解析】 解：由点到直线的距离公式可得： $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

故答案为： $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

【标注】 【知识点】 点到直线的距离公式

平行线间距离公式

4. 2020~2021学年天津和平区天津市耀华中学高二上学期期中第11题4分 ★★

已知直线 l 与两直线 $l_1: 2x - y + 3 = 0$ 和 $l_2: 2x - y - 1 = 0$ 平行且距离相等，则 l 的方程为 _____ .

【答案】 $2x - y + 1 = 0$

【解析】 设所求的直线方程为 $2x - y + c = 0 (c \neq 3, c \neq -1)$,

分别在 $l_1: 2x - y + 3 = 0$ 和 $l_2: 2x - y - 1 = 0$ 上取点 $A(0, 3)$ 和 $B(0, -1)$,

则此两点到 $2x - y + c = 0$ 的距离相等，即 $\frac{|-3 + c|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|1 + c|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$,

解得 $c = 1$, 故直线 l 的方程为 $2x - y + 1 = 0$.

【标注】 【知识点】 两平行直线之间的距离

5. 2020~2021学年天津河北区高二上学期期末第13题4分 ★

已知两条直线 $l_1: 2x + y - 1 = 0$, $l_2: 4x + 2y + 2 = 0$, 则 l_1 , l_2 的距离为 _____ .

【答案】 $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

【解析】 $\because l_1: 2x + y - 1 = 0$,

$\therefore$ 即 $4x + 2y - 2 = 0$,

又 $\because l_2: 4x + 2y + 2 = 0$,

设 l_1 与 l_2 的距离为 d ,

$$d = \frac{|2 - (-2)|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{5} .$$

【标注】 【知识点】 两平行直线之间的距离

6. 2020~2021学年天津高二上学期期末（六校联考）第2题5分 ★★

已知直线 $x + 2y + 3 = 0$ 与直线 $2x + my + 1 = 0$ 平行，则它们之间的距离为 () .

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

B. $\sqrt{10}$

C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

【答案】 A

【解析】 $\because$ 直线 $x + 2y + 3 = 0$ 与直线 $2x + my = 1 = 0$ 平行 ,

$$\therefore \frac{2}{1} = \frac{m}{2} \neq \frac{1}{3}, \text{ 求得 } m = 4 ,$$

故两平行直线即 直线 $2x + 4y + 6 = 0$ 与直线 $2x + 4y + 1 = 0$,

$$\text{故它们之间的距离为 } \frac{|6 - 1|}{\sqrt{4 + 16}} = \frac{\sqrt{5}}{2} ,$$

故选 A .

【标注】 【知识点】 根据直线的位置关系求参数 ; 两平行直线之间的距离

2. 对称问题

点关于直线的对称点

7. 2020~2021 学年天津河东区高二上学期期中第4题4分 ★★

已知点 $A(1, -2)$, $B(m, n)$, 关于直线 $x + 2y - 2 = 0$ 对称 , 则 $m + n$ 的值是 () .

A. -2

B. 3

C. 5

D. 7

【答案】 C

【解析】 $\because A, B$ 关于直线 $x + 2y - 2 = 0$ 对称 ,

$\therefore AB$ 与直线垂直 ,

$$\therefore k_{AB} \cdot -\frac{1}{2} = -1 ,$$

$$\therefore k_{AB} = 2 ,$$

$$\therefore \frac{n + 2}{m - 1} = 2 ,$$

$$\therefore n + 2 = 2m - 2 ,$$

$$\therefore n = 2m - 4 \text{ ①} ,$$

设 A, B 中点为 C ,

$$C \left(\frac{m + 1}{2}, \frac{n - 2}{2} \right) ,$$

$$\frac{m + 1}{2} + 2 \cdot \frac{n - 2}{2} - 2 = 0 ,$$

$$m + 1 + 2n - 4 - 4 = 0 ,$$

$$m + 2n = 7 \text{ ②} ,$$

由①②知 ,

$$m + 4m - 8 = 7 ,$$

$$m = 3 ,$$

$$n = 2 \times 3 - 4 = 2 ,$$

$$m + n = 5 .$$

故选 C .

【标注】【知识点】中点公式；直线的垂直

8. 2015~2016学年北京大兴区高二上学期期末理科第5题5分 ★★

原点 $O(0,0)$ 与点 $A(-4,2)$ 关于直线 l 对称，则直线 l 的方程是 () .

- A. $x+2y=0$ B. $2x-y+5=0$ C. $2x+y+3=0$ D. $x-2y+4=0$

【答案】 B

【解析】 $\because$ 已知 $O(0,0)$ 关于直线 l 的对称点为 $A(-4,2)$,

故直线 l 为线段 OA 的中垂线 .

求得 OA 的中点为 $(-2,1)$, OA 的斜率为 $\frac{2-0}{-4-0} = -\frac{1}{2}$, 故直线 l 的斜率为 2 ,

故直线 l 的方程为 $y-1=2(x+2)$, 化简可得 : $2x-y+5=0$.

【标注】【知识点】点关于直线的对称点

直线关于点的对称直线

9. 2019~2020学年4月江苏苏州吴中区东山中学高一下学期周测D卷理科第7题 ★★

求 $l: x-y-1=0$ 关于点 $(1,-1)$ 的对称直线 l' .

【答案】 $x-y-3=0$.

【解析】 方法一 : 在直线 l 上取两点 $A(0,-1)$, $B(1,0)$,

设点 A 、 B 关于点 $(1,-1)$ 的对称点分别为 A' , B' ,

设 A' 坐标 (x_1, y_1) , B' 坐标为 (x_2, y_2) ,

则根据中点坐标公式 ,

$$\begin{cases} \frac{x_1+0}{2} = 1 \\ \frac{y_1-1}{2} = -1 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -1 \end{cases}, \therefore A'(2, -1),$$
$$\begin{cases} \frac{x_2+1}{2} = 1 \\ \frac{y_2+0}{2} = -1 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -2 \end{cases}, \therefore B'(1, -2),$$

且由于 A' , B' 在直线 l' 上 ,

$\therefore$ 直线 l' 的斜率 $k = \frac{-2-(-1)}{1-2} = 1$,

$\therefore$ 直线 l' 的方程为 $y+1=1(x-2)$, 即 $x-y-3=0$.

方法二 : 设直线 l 的任意一点 $P(x_0, y_0)$,

则点 P 关于点 $(1,-1)$ 的对称点为 Q , 设为 (x'_0, y'_0) ,

$$\text{则根据中点坐标公式: } \begin{cases} \frac{x'_0 + x_0}{2} = 1 \\ \frac{y'_0 + y_0}{2} = -1 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x'_0 = 2 - x_0 \\ y'_0 = -2 - y_0 \end{cases},$$

$\therefore Q$ 在直线 $l: x - y - 1 = 0$ 上,

$$\therefore 2 - x_0 - (-2 - y_0) - 1 = 0,$$

$$\text{即 } 2 - x_0 + 2 + y_0 - 1 = 0,$$

$$\text{即 } x_0 - y_0 - 3 = 0,$$

又 $\because (x_0, y_0)$ 为直线 l 上任意一点,

$\therefore$ 直线 l 的方程为 $x - y - 3 = 0$.

故答案为: $x - y - 3 = 0$.

【标注】【知识点】直线关于点的对称直线

10. 2010年北京西城区高三二模 ★★

直线 $2x + 3y - 6 = 0$ 关于点 $(1, -1)$ 对称的直线方程为 _____.

【答案】 $2x + 3y + 8 = 0$

【解析】 设 (x, y) 为所求直线上的一点,

则它关于点 $(1, -1)$ 的对称点 $(2 - x, -2 - y)$ 在直线 $2x + 3y - 6 = 0$ 上,

即 $2(2 - x) + 3(-2 - y) - 6 = 0$, 整理得: $2x + 3y + 8 = 0$, 即为所求的方程.

【标注】【知识点】直线关于点的对称直线

直线关于直线的对称直线

11. 2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高二上学期期中第13题4分 ★★

光线沿直线 $x - y + 3 = 0$ 入射到直线 $2x - y + 2 = 0$ 后反射, 则反射光线所在直线的方程为 _____.

【答案】 $7x - y - 3 = 0$

【解析】 记 $l_1: x - y + 3 = 0$, $l_2: 2x - y + 2 = 0$, 设反射光线所在的直线是 l , 则由光线的反射定律,

直线 l_2 到直线 l 的角等于直线 l 到直线 l_1 的角, 于是由到角公式, 有 $\frac{k - 2}{1 + 2k} = \frac{2 - 1}{1 + 2 \cdot 1}$

解得 $k = 7$.

又两条直线的交点是 $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$, 解得 $(1, 4)$. 因此, 由直线的点斜式方程可得反射

光线所在直线的方程为 $y - 4 = 7(x - 1)$, 整理, 有 $7x - y - 3 = 0$ 为所求.

【标注】【知识点】反射问题

