

数列通项求法练习题

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n \neq 1$, $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 数列 $\{b_n\}$ 中, $b_n = \frac{1}{a_n - 1}$, 且 b_1, b_2, b_4 成等比数列.

求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列.

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{3}{5}$, $a_n = 2 - \frac{1}{a_{n-1}}$ ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$), 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{a_n - 1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列.

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 中的通项公式 a_n .

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $S_n = 2a_n - 1$, $n \in \mathbf{N}^*$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $nb_{n+1} - (n+1)b_n = n(n+1)$, $n \in \mathbf{N}^*$, 且 $b_1 = 1$.

求证: 数列 $\left\{\frac{b_n}{n}\right\}$ 是等差数列, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

4. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2a_n - 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 ().

A. $a_n = 2n + 1$

B. $a_n = 4n - 1$

C. $a_n = 2^n + 1$

D. $a_n = 2^{n-1} + 2$

5. 知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 3a_n + 2$.

求证: 数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 2a_n - n + 1$, $a_1 = 2$.

证明: 数列 $\{a_n - n\}$ 是一个等比数列.

7. 已知: 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 4a_n - 3n + 1$, $n \in \mathbf{N}^*$.

求证: 数列 $\{a_n - n\}$ 是等比数列.

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 3^n$. 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 _____.

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且 $a_n = 2a_{n-1} + 2^n$ ($n \geq 2$, 且 $n \in \mathbf{N}^*$)

(1) 求证: 数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 是等差数列.

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + a_n}{2}$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 设 $b_n = a_{n+1} - a_n$, 证明: 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列.

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 2$)

证明：数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 是等比数列，并求出 $\{a_n\}$ 的通项公式。

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = \frac{1}{3}$ ， $a_{n+1} = \frac{a_n}{2 - a_n}$ ， $b_n = \frac{1}{a_n} - 1$ 。

证明数列 $\{b_n\}$ 为等比数列，并求通项公式 b_n 。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 2}$ ，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

14. 数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 $S_n = n^2 + 3n$ ，则 $\{a_n\}$ 的通项为_____。

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + \frac{a_2}{2} + \frac{a_3}{2^2} + \cdots + \frac{a_n}{2^{n-1}} = 2^{n+1} - 2 (n \in \mathbf{N}^*)$ ， $b_n = \log_4 a_n$ 。

求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

16. 数列 $\{a_n\}$ 中， S_n 是其前 n 项和，若 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = \frac{1}{3} S_n (n \geq 1)$ ，则 $a_n =$ _____。

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = \frac{n+1}{2} a_{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$ 。

求数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n 。

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $2S_n = 3a_n + 4n - 7, n \in \mathbf{N}^*$ 。

证明：数列 $\{a_n - 2\}$ 是等比数列。

19. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $a_1 = 1$ ， $(2n - 1)a_{n+1} = (2n + 3)S_n$ ，其中 $n \in \mathbf{N}^*$ 。

证明：数列 $\left\{ \frac{S_n}{2n - 1} \right\}$ 是等比数列。

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = 2a_n + (-1)^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 。

(1) 若 $b_n = a_{2n-1} - \frac{1}{3}$ ，求证：数列 $\{b_n\}$ 是等比数列并求其通项公式。

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。