

03圆锥曲线性质综合

1. 圆锥曲线性质综合

1. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点, M 是 C 上一点, FM 的延长线交 y 轴于点 N , 若 M 为 FN 的中点, 则 $|FN| = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F , 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是抛物线上的两个动点, 若满足 $y_1 + y_2 + 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}|AB|$, 则 $\angle AFB$ 的最大值是 ().
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
3. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 椭圆 E 与 y 轴正半轴的交点为 B , 直线 BF 与椭圆的另一个交点为 A , 若 $\overrightarrow{BF} = 3\overrightarrow{FA}$, 则椭圆的离心率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(3, 0)$, 过点 F 的直线交椭圆于 A 、 B 两点. 若 AB 的中点坐标为 $(1, -1)$, 则 E 的方程为 ().
A. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{36} = 1$ B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ C. $\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{18} = 1$ D. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$
5. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 过右焦点 F 且斜率为 $k (k > 0)$ 的直线与椭圆 C 相交于 A 、 B 两点, 若 $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{FB}$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. 顶点在原点, 焦点在 x 轴上的抛物线, 截直线 $2x - y + 1 = 0$ 所得的弦长为 $\sqrt{15}$, 则抛物线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
7. 已知 F 为抛物线 $y^2 = x$ 的焦点, 点 A 、 B 在该抛物线上且位于 x 轴的两侧, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 2$ (其中 O 为坐标原点), 则 $\triangle ABO$ 与 $\triangle AFO$ 面积之和的最小值是 ().
A. 2 B. 3 C. $\frac{17\sqrt{2}}{8}$ D. $\sqrt{10}$
8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , P 是抛物线 E 上位于第一象限内的任意一点, Q 是线段 PF 上的点, 且满足 $\overrightarrow{OQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OP} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OF}$, 则直线 OQ 的斜率的最大值为 ().
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$
9. 已知点 F_1 、 F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_1 且垂直于 x 轴的直线与椭圆交于 A 、 B 两点, 若 $\triangle ABF_2$ 为正三角形, 则椭圆的离心率是 ().
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 3 D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 10.

- 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，过 F 斜率为 k ($k > 0$) 的直线与抛物线交于 A 、 B 两点，若 $\frac{|AF|}{|BF|} = 2$ ，则 k 的值为 _____。
11. 若过椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 内一点 $P(3, 1)$ 的弦被该点平分，则该弦所在的直线方程为 ()。
- A. $3x + 4y - 13 = 0$ B. $3x - 4y - 5 = 0$ C. $4x + 3y - 15 = 0$ D. $4x - 3y - 9 = 0$
12. 设抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F ，准线为 l ，过焦点的直线分别交抛物线于 A 、 B 两点，分别过 A 、 B 作 l 的垂线，垂足为 C 、 D ，若 $|AF| = 3|BF|$ ，且三角形 CDF 的面积为 $\sqrt{3}$ ，则 p 的值为 ()。
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
13. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 焦点的直线 l 与抛物线交于 A 、 B 两点，与圆 $(x-1)^2 + y^2 = r^2$ 交于 C 、 D 两点，若有三条直线满足 $|AC| = |BD|$ ，则 r 的取值范围为 ()。
- A. $(\frac{3}{2}, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(1, \frac{3}{2})$ D. $(\frac{3}{2}, 2)$
14. 已知 P 是椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上的动点，则 P 点到直线 $l: x + y - 2\sqrt{5} = 0$ 的距离的最小值为 _____。
15. 设抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 $F(1, 0)$ ，准线为 l ，过焦点的直线交抛物线于 A 、 B 两点，分别过 A 、 B 作 l 的垂线，垂足为 C 、 D ，若 $|AF| = 4|BF|$ ，则 $p =$ _____，三角形 CDF 的面积为 _____。
16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)，过点 $(0, \frac{5}{8})$ 的直线交椭圆 C 所得的弦的中点坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ，则该椭圆的离心率为 ()。
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$
17. 在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 右支与焦点为 F 的抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 交于 A 、 B 两点，若 $|AF| + |BF| = 4|OF|$ ，则该双曲线的渐近线方程为 ()。
- A. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ B. $y = \pm \frac{1}{3}x$ C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
18. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 及点 $B(0, a)$ ，过点 B 与椭圆相切的直线交 x 轴的负半轴于点 A ， F 为椭圆的右焦点，则 $\angle ABF =$ ()。
- A. 60° B. 90° C. 120° D. 150°
19. 若点 $(3, 1)$ 是抛物线 $y^2 = 2px$ 的一条弦的中点，且这条弦所在直线的斜率为 2 ，则 $p =$ _____。
20. F_1 、 F_2 为双曲线 $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$ 的两个焦点，点 P 在双曲线上，且 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$ ，则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积是 ()。
- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

21. 斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 相交于 A, B 两点, AB 的中点 $M\left(m, \frac{1}{2}\right)$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.