

01直线与圆锥曲线的位置关系1习题

1. 弦长面积问题

1. 如图, 已知中心在原点, 焦点在 x 轴上的椭圆的一个焦点为 $(\sqrt{3}, 0)$, $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 是椭圆上的一点.
- (1) 求椭圆的标准方程.
- (2) 设椭圆的上、下顶点分别为 A 、 B , $P(x_0, y_0)$ ($x_0 \neq 0$) 是椭圆上异于 A 、 B 的任意一点, $PQ \perp y$ 轴, Q 为垂足, M 为线段 PQ 的中点, 直线 AM 交直线 $l: y = -1$ 于点 C , N 为线段 BC 的中点.
- ① 求证: $OM \perp MN$.
- ② 若 $\triangle MON$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, 求 y_0 的值.

2. 弦长面积范围问题

2. 在平面 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $P(2, 1)$, 且离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- (1) 求椭圆 C 的方程.
- (2) 直线 l 方程为 $y = \frac{1}{2}x + m$, 直线 l 与椭圆 C 交于 A , B 两点, 求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

3. 中点弦问题

3. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 椭圆 C 过点 $M(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 且 $MF_2 \perp F_1F_2$.
- (1) 求椭圆 C 的方程.
- (2) 经过点 $P(2, 0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 若存在点 $Q(m, 0)$, 使得 $|QA| = |QB|$.
- ① 求实数 m 的取值范围.
- ② 若线段 F_1A 的垂直平分线过点 Q , 求实数 m 的值.
4. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $M(2, 1)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- (1) 求椭圆 C 的方程.
- (2) 若过原点的直线 l_1 与椭圆 C 交于 P, Q 两点, 且在直线 $l_2: x - y + 2\sqrt{6} = 0$ 上存在点 M , 使得 $\triangle MPQ$ 为等边三角形, 求直线 l_1 的方程.
5. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个顶点为 $A(0, -3)$, 右焦点为 F , 且 $|OA| = |OF|$, 其中 O 为原点.
- (1) 求椭圆的方程.
- (2)

已知点 C 满足 $3\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OF}$ ，点 B 在椭圆上 (B 异于椭圆的顶点)，直线 AB 与以 C 为圆心的圆相切于点 P ，且 P 为线段 AB 的中点．求直线 AB 的方程．