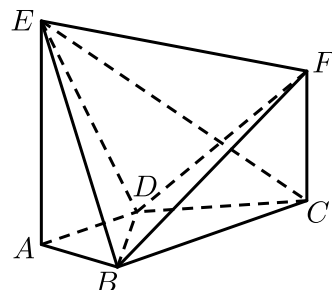


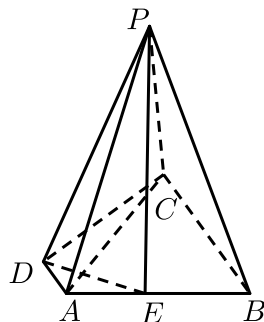
02空间向量习题

1. 空间向量在立体几何中的应用

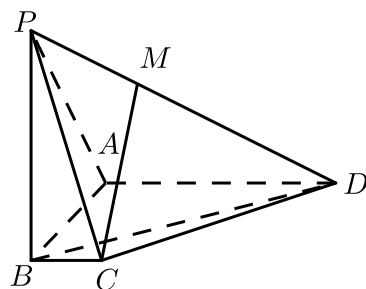
1. 如图, $AE \perp$ 平面 $ABCD$, $CF \parallel AE$, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $AB = AD = 1$, $AE = BC = 2$.



- (1) 求证: $BF \parallel$ 平面 ADE .
- (2) 求直线 CE 与平面 BDE 所成角的正弦值.
- (3) 若二面角 $E - BD - F$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$, 求线段 CF 的长.
2. 如图所示, 四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PC \perp$ 底面 $ABCD$, $PC = CD = 2$, E 为 AB 的中点底面 $ABCD$ 满足 $\angle ADC = \angle DCB = 90^\circ$, $AD = 1$, $BC = 3$.



- (1) 求证: 平面 $PDE \perp$ 平面 PAC ;
- (2) 求直线 PC 与平面 PDE 所成角的正弦值;
- (3) 求二面角 $D - PE - B$ 的余弦值.
3. 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PB \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为梯形, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $PB = AB = AD = 3$, $BC = 1$, M 为棱 PD 上的点.

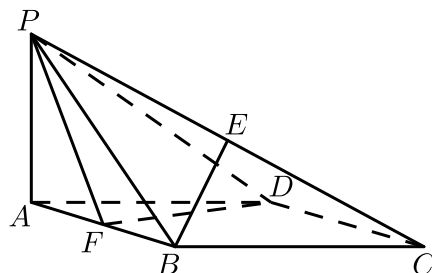


- (1) 若 $PM = \frac{1}{3}PD$, 求证: $MC \parallel$ 平面 PAB .

(2) 求证：平面 $PAD \perp$ 平面 PAB .

(3) 求直线 BD 与平面 PAD 所成角的大小 .

4. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ， $PA = 1$ ， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， E 是 PC 的中点， F 是 AB 的中点 .



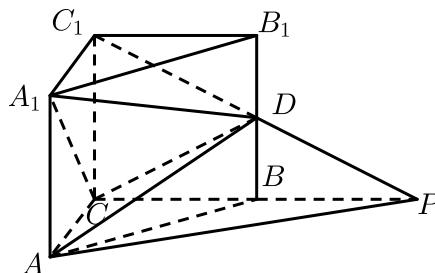
(1) 求证： $BE \parallel$ 平面 PDF .

(2) 求证：平面 $PDF \perp$ 平面 PAB .

(3) 求直线 PA 与平面 PDF 所成角的大小 .

2. 综合问题

5. 如图：在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB = CC_1 = 1$ ， D 是棱 BB_1 上一点， P 是 C_1D 的延长线与 CB 的延长线的交点，且 $AP \parallel$ 平面 A_1CD .

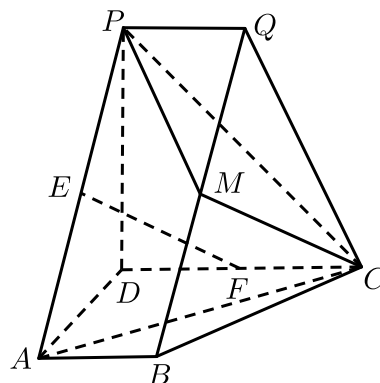


(1) 求证： $BD = B_1D$.

(2) 求二面角 $C-A_1D-C_1$ 的正弦值 .

(3) 若点 E 在线段 AP 上，且直线 A_1E 与平面 A_1CD 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{14}}{7}$ ，求线段 AE 的长 .

6. 如图， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AD \perp CD$ ， $AB \parallel CD$ ， $PQ \parallel CD$ ， $AD = CD = DP = 2PQ = 2AB = 2$ ，点 E ， F ， M 分别为 AP ， CD ， BQ 的中点 .

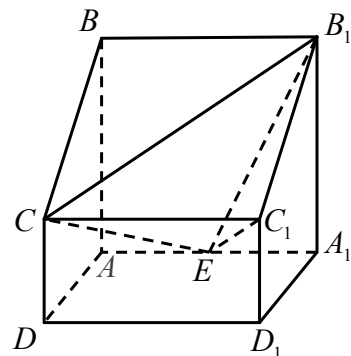


(1) 求证： $EF \parallel$ 平面 MPC .

(2) 求二面角 $Q-PM-C$ 的正弦值.

(3) 若 N 为线段 CQ 上的点, 且直线 DN 与平面 PMQ 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$, 求线段 QN 的长.

7. 如图, 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 侧棱 $A_1A \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $AB \perp AD$, $AD = CD = 1$, $AA_1 = AB = 2$, E 为棱 AA_1 的中点.

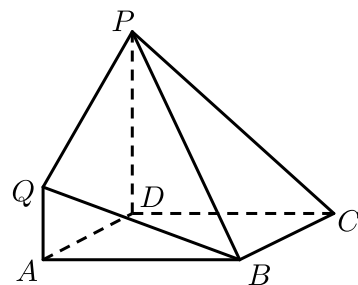


(1) 证明 $B_1C_1 \perp CE$.

(2) 求二面角 B_1-CE-C_1 的正弦值.

(3) 设点 M 在线段 C_1E 上, 且直线 AM 与平面 ADD_1A_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{6}$, 求线段 AM 的长.

8. 在如图所示的几何体中, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 四边形 $ADPQ$ 是梯形, $PD \parallel QA$, $\angle PDA = \frac{\pi}{2}$, 平面 $ADPQ \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $AD = PD = 2QA = 2$.

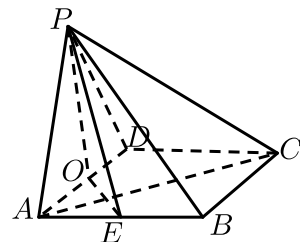


(1) 求证: $QB \parallel$ 平面 PDC .

(2) 求二面角 $C-PB-Q$ 的大小.

(3) 已知点 H 在棱 PD 上, 且异面直线 AH 与 PB 所成角的余弦值为 $\frac{7\sqrt{3}}{15}$, 求线段 DH 的长.

9. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是菱形, $PO \perp$ 底面 $ABCD$. O 、 E 分别是 AD 、 AB 的中点, $AB = 6$, $AP = 5$, $\angle BAD = 60^\circ$.

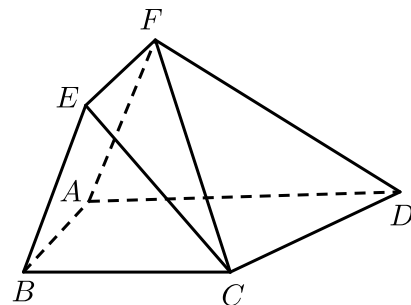


(1) 求证: $AC \perp PE$.

(2) 求直线 PB 与平面 POE 所成角的正弦值.

- (3) 在 DC 边上是否存在点 F , 使 BF 与 PA 所成角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{3}}{10}$, 若存在 , 确定点 F 的位置 ;
若不存在 , 说明理由 .

10. 如图 , 四边形 $ABCD$ 为直角梯形 , $BC \parallel AD$, $\angle BAD = 90^\circ$, $BC = 2$, $AD = 3$, 四边形 $ABEF$ 为平行四边形 , $AB = 1$, $BE = 2$, $\angle EBA = 60^\circ$, 平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$.



- (1) 求证 : $AE \perp$ 平面 $ABCD$.
(2) 求平面 $ABEF$ 与平面 FCD 所成锐二面角的余弦值 .