

02数列求通项习题

1. 利用项与和的关系

1. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$, $\{b_n\}$ 为等差数列 , 且 $a_1 = b_1$, $a_2(b_2 - b_1) = a_1$.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 通项公式 .
(2) 设 $c_n = \frac{b_n}{a_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .
2. 正数数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2\sqrt{S_n} = a_n + 1$, 求
(1) $\{a_n\}$ 的通项公式 .
(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n 的取值范围 .

2. 累加法求数列通项

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列 , 且 $a_2 = -1$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n - b_{n-1} = a_n$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) , 且 $b_1 = b_3 = 1$.
(1) 求 a_1 的值 .
(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 .
4. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且 $a_{n+1} - a_n = n + 1$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$, $a_{n+1} - a_n = 2 \cdot 3^n$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n .
6. 已知 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 2n$ ($n \in \mathbf{N}^*$) , 求通项公式 .
7. 已知 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列 ($n \in \mathbf{N}^*$) , $a_2 = 3$ 且 a_1, a_3, a_9 成等比数列 .
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 ;
(2) 令 $b_{n+1} = b_n + \frac{4}{3}a_n$ 且 $b_1 = 1$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项 .

3. 累乘法求数列通项

8. 已知数列 $\{a_n\}$, $a_1 = 1$, $n(a_{n+1} - a_n) = 2a_n$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 .
9. 已知数列 $\{a_n\}$ 中 , $a_1 = 1$, 前 n 项和 $S_n = \frac{n+2}{3}a_n$.
(1) 求 a_2, a_3 ;
(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式 .
10. 数列 $\{a_n\}$ 中已知 $a_1 = 1$, $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+2}{n}$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式 .
11. 已知数列 $\{a_n\}$ 中 , $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n \cdot \frac{n+3}{n+1}$, 其中 $n \in \mathbf{N}_+$, 求 a_n .

4. 配凑法/待定系数法求解

12. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 4a_n - 3n + 1$, $n \in \mathbf{N}^*$, 求 a_n .
13. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 且满足 $a_{n+1} - 2 = 2a_n - 4$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.
14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_n = 2a_{n-1} + 1 (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2)$, 则 $a_2 =$ _____, $a_{10} =$ _____.

5. 除幂变换求数列通项

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 3a_n + 3 \cdot 2^n$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

6. 倒数变换求数列通项

16. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的第 6 项是 _____.

7. 对数变换求数列通项

17. 已知 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n^2$, 求 a_n .