

离散型随机变量分布列

一、 选择题

1. 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \delta^2)(\delta > 0)$, 若 $P(\xi < 0) + P(\xi < 1) = 1$, 则 μ 的值为().

A. -1

B. 1

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

【答案】 D

【解析】 $\because$ 随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \delta^2)(\delta > 0)$,

正态曲线关于 $x = \mu$ 对称,

$$\therefore P(\xi < 0) + P(\xi < 1) = 1,$$

$$\text{又 } P(\xi > 1) + P(\xi < 1) = 1,$$

$$\therefore P(\xi < 0) = P(\xi > 1),$$

$\therefore 0$ 和 1 关于对称轴对称,

$$\therefore \mu = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2},$$

故选D.

【标注】 【知识点】 离散型随机变量的分布列

2. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$, $P(X \leq 4) = 0.84$, 则 $P(0 \leq X \leq 2) = ()$.

A. 0.64

B. 0.16

C. 0.32

D. 0.34

【答案】 D

【解析】 $\because$ 随机变量 ξ 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$,

$\mu = 2$, 得对称轴是 $x = 2$,

$$P(\xi \leq 4) = 0.84,$$

$$\therefore P(\xi \geq 4) = P(\xi < 0) = 0.16,$$

$$\therefore P(0 \leq \xi \leq 2) = 0.5 - 0.16 = 0.34.$$

故选D.

【标注】 【知识点】 正态分布

【素养】 数学抽象

【素养】数学运算

3. 已知离散型随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	m	$\frac{1}{27}$

则 X 的数学期望 $E(X) = (\quad)$.

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{2}{3}$

【答案】C

【解析】 $\frac{8}{27} + \frac{4}{9} + m + \frac{1}{27} = 1$, 得 $m = \frac{2}{9}$,
 $\therefore E(X) = \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = 1$.

【标注】【知识点】离散型随机变量的数学期望

4. 袋中有5个红球, 3个白球, 不放回地抽取2次, 每次抽1个. 已知第一次抽出的是红球, 则第2次抽出的是白球的概率为 () .

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{15}{56}$

【答案】A

【解析】 设 $A = \{ \text{第一次抽出的是红球} \}$

$B = \{ \text{第二次抽出的是白球} \}$

则第一次抽出的红球, 第二次抽出的是白球的取法, $n(AB) = 5 \times 3 = 15$ 种 .

第一次抽出的是红球的取法: $n(A) = 5 \times 7 = 35$,

则 $P(B|A) = \frac{n(AB)}{n(A)} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$.

$\therefore$ 已知第一次抽出的是红球, 则第二次抽出的是白球的概率为 $\frac{3}{7}$.

故选A .

【标注】【知识点】条件概率

5. 在10件产品中有8件一等品和2件二等品, 如果不放回地依次抽取2件产品, 则在第一次抽到一等品条件下, 第二次抽到一等品的概率是 () .

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{28}{45}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

【答案】 C

【解析】 方法一：设事件 A 为第一次抽到一等

品，

事件 B 为第二次抽到一等品，

$$\therefore P(A) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5},$$

$$P(AB) = \frac{A_8^2}{A_9^2} = \frac{28}{45},$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{\frac{28}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{7}{9}.$$

方法二：第一次抽到一等品后，

共有9件产品，7件一等品，2件二等品，

$\therefore$ 第二次又抽到一等品的概率为 $\frac{7}{9}$ 。

【标注】 【知识点】 条件概率

6. 某人射击一次击中目标的概率为0.6，经过三次射击，此人至少有两次击中目标的概率为（ ）。

A. $\frac{81}{125}$
C. $\frac{36}{125}$

B. $\frac{54}{125}$
D. $\frac{27}{125}$

【答案】 A

【解析】 $\therefore$ 至少有两次击中目标包括只有两次击中目标和三次击中目标，这两种情况是互斥的， $\therefore$

$$\text{至少有两次击中目标的概率为 } C_3^2 \times 0.6^2 \times 0.4 + C_3^3 \times 0.6^3 = \frac{54 + 27}{125} = \frac{81}{125},$$

故选A。

【标注】 【知识点】 n 次独立重复试验与二项分布

二、 填空题

7. 随机变量 $X \sim N(3, \sigma^2)$ ，且 $P(0 < X < 3) = 0.35$ ， $P(X > 6) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

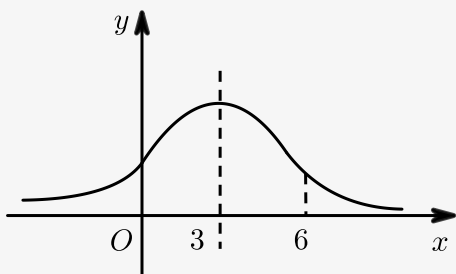
【答案】 0.15

【解析】 $\because X \sim N(3, \sigma^2)$ ，

$$\therefore \mu = 3,$$

$$\therefore P(0 < X < 3) = P(3 < x < 6) = 0.35 ,$$

$$\therefore P(X > 6) = P(X < 0) = \frac{1 - 0.35 \times 2}{2} = 0.15 .$$



【标注】【知识点】正态分布

8. 随机变量 ξ 的取值为0, 1, 2, 若 $P(\xi = 0) = \frac{1}{5}$, $E(\xi) = 1$, 则 $D(\xi) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{2}{5}$

【解析】 设 $P(\xi = 1) = p$,

$$\text{则 } P(\xi = 2) = \frac{4}{5} - p ,$$

$$\text{从而由 } E(\xi) = 0 \times \frac{1}{5} + 1 \times p + 2 \times \left(\frac{4}{5} - p \right) = 1 ,$$

$$\text{得 } p = \frac{3}{5} .$$

$$\text{故 } D(\xi) = (0 - 1)^2 \times \frac{1}{5} + (1 - 1)^2 \times \frac{3}{5} + (2 - 1)^2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5} .$$

【标注】【知识点】离散型随机变量的方差

9. 在10个球中有6个红球和4个白球, 不放回地依次摸出2个球, 在第一次摸出红球的条件下, 第二次也摸到红球的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{5}{9}$

【解析】 第二次摸时, 由于不放回,

$\therefore$ 剩余5个红球, 4个白球,

摸中红球的概率为 $\frac{5}{9}$.

故答案为: $\frac{5}{9}$.

【标注】【知识点】条件概率

三、解答题

10. 某区选派7名队员代表本区参加全市青少年围棋锦标赛，其中3名来自A学校且1名为女棋手，另外4名来自B学校且2名为女棋手．从这7名队员中随机选派4名队员参加第一阶段的比赛．

(1) 求在参加第一阶段比赛的队员中，恰有1名女棋手的概率．

(2) 设X为选出的4名队员中A、B两校人数之差的绝对值，求随机变量X的分布列和数学期望．

【答案】 (1) $\frac{12}{35}$.

(2) 随机变量X的分布列为

X	0	2	4
P	$\frac{18}{35}$	$\frac{16}{35}$	$\frac{1}{35}$

随机变量X的数学期望 $E(X) = \frac{36}{35}$.

【解析】 (1) 由题意知，7名队员中分为两部分，3人为女棋手，4人为男棋手，

设事件A“恰有1位女棋手”，则 $P(A) = \frac{C_3^1 C_4^3}{C_7^4} = \frac{12}{35}$,

所以参加第一阶段的比赛的队员中，恰有1位女棋手的概率为 $\frac{12}{35}$.

(2) 随机变量X的所有可能取值为0, 2, 4,

其中 $P(X=0) = \frac{C_3^2 C_4^2}{C_7^4} = \frac{18}{35}$,

$P(X=2) = \frac{C_3^1 C_4^3 + C_3^3 C_4^1}{C_7^4} = \frac{16}{35}$,

$P(X=4) = \frac{C_3^0 C_4^4}{C_7^4} = \frac{1}{35}$,

所以，随机变量X的分布列为

X	0	2	4
P	$\frac{18}{35}$	$\frac{16}{35}$	$\frac{1}{35}$

随机变量X的数学期望 $E(X) = 0 \times \frac{18}{35} + 2 \times \frac{16}{35} + 4 \times \frac{1}{35} = \frac{36}{35}$.

【标注】【知识点】超几何分布

11. 一个袋中有4个黑球，2个白球．

(1) 从袋中依次取出2个球，不放回，已知第一次取出的是白球，求第二次取到黑球的概率．

(2) 有放回地依次取出2个球，已知第一次取到的是白球，求第二次取到的黑球的概率．

(3) 有放回地依次取出2个球，求取到白球个数X的分布列、期望．

【答案】(1) $\frac{4}{5}$.

(2) $\frac{2}{3}$.

(3) X 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

$$E(X) = \frac{2}{3}.$$

【解析】(1) 第二次取球时共4黑1白，

$$\therefore P = \frac{4}{5}.$$

(2) 两次独立，

$$\therefore P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

(3) $X = 0, 1, 2$,

$$P(X=0) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

$$P(X=1) = C_2^1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9},$$

$$P(X=2) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

$\therefore X$ 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

$$E(X) = \frac{4}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2}{3}.$$

【标注】【知识点】离散型随机变量的数学期望；超几何分布；条件概率

12. 某射手每次射击击中目标的概率是 $\frac{2}{3}$ ，且各次射击的结果互不影响。

(1) 假设这名射手射击5次，求恰有2次击中目标的概率。

(2) 假设这名射手射击3次，每次射击，击中目标得1分，未击中目标得0分，在3次射击中若有2次连续击中，而另外1次未击中，则额外加1分；若3次全击中，则额外加3分，记为射手射击3次后的总的分数，求 ξ 的分布列。

【答案】(1) $\frac{40}{243}$.

(2)

ξ	0	1	2	3	6
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{8}{27}$

【解析】(1) 设 X 为射手在5次射击中击中目标的次数，

$$\text{则 } X \sim B\left(5, \frac{2}{3}\right),$$

$$\therefore P(X=2) = C_5^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{40}{243}.$$

(2) 由题意知, ξ 的可能取值为 0, 1, 2, 3, 6,

$$P(\xi=0) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27},$$

$$P(\xi=1) = C_3^1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{9},$$

$$P(\xi=2) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27},$$

$$P(\xi=3) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27},$$

$$P(\xi=6) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

$\therefore \xi$ 的分布列为:

ξ	0	1	2	3	6
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{8}{27}$

【标注】【知识点】离散型随机变量的分布列; 离散型随机变量的数学期望; n 次独立重复试验与二项分布

13. 某中学高二年级共8个班, 现从高二年级选10名同学组成社区服务小组, 其中高二(1)班选取3名同学, 其它各班各选取1名同学. 现从这10名同学中随机选取3名同学, 到社区老年中心参加“尊老爱老”活动(每位同学被选到的可能性相同).

(1) 设 X 为选出同学中高二(1)班同学的人数, 求随机变量 X 的分布列和数学期望.

(2) 设“选出的3名同学均来自不同班级”为事件 A , 求事件 A 发生的概率.

【答案】(1) X 的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

$$\text{期望 } E(X) = \frac{9}{10}.$$

$$(2) \frac{49}{60}.$$

【解析】(1) $X = 0, 1, 2, 3,$

$$P(X=0) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24},$$

$$P(X=1) = \frac{C_3^1 C_7^2}{C_{10}^3} = \frac{63}{120} = \frac{21}{40},$$

$$P(X=2) = \frac{C_3^2 C_7^1}{C_{10}^3} = \frac{21}{120} = \frac{7}{40},$$

$$P(X=3) = \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}.$$

∴ 随机变量 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

$$\text{期望 } E(X) = 0 \times \frac{7}{24} + 1 \times \frac{21}{40} + 2 \times \frac{7}{40} + 3 \times \frac{1}{120} = \frac{9}{10}.$$

$$(2) P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_3^3}{C_{10}^3} - \frac{C_3^2 \cdot C_7^1}{C_{10}^3} = \frac{49}{60}.$$

【标注】【知识点】对立事件的概率和为1；互斥事件的概率加法公式；离散型随机变量的数学期望

14. 某外语学校的一个社团中有7名同学，其中2人只会法语，2人只会英语，3人既会法语又会英语，现选派3人到法国的学校交流访问。

(1) 在选派的3人中恰有2人会法语的概率。

(2) 在选派的3人中既会法语又会英语的人数 ξ 的分布列与期望。

【答案】 (1) $\frac{4}{7}$ 。

(2) 分布列如下：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

$$E\xi = \frac{9}{7}.$$

【解析】 (1) 事件 A “选派的三人中恰有2人会法语的概率为：

$$P(A) = \frac{C_5^2 C_2^1}{C_7^3} = \frac{4}{7}.$$

(2) ξ 的取值为0、1、2、3，

$$\text{则 } P(\xi=0) = \frac{C_4^3}{C_7^3} = \frac{4}{35},$$

$$P(\xi=1) = \frac{C_4^2 C_3^1}{C_7^3} = \frac{18}{35},$$

$$P(\xi=2) = \frac{C_4^1 C_3^2}{C_7^3} = \frac{12}{35},$$

$$P(\xi=3) = \frac{C_3^3}{C_7^3} = \frac{1}{35};$$

分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

$$E\xi = 1 \times \frac{18}{35} + 2 \times \frac{12}{35} + 3 \times \frac{1}{35} = \frac{45}{35} = \frac{9}{7} .$$

【标注】【知识点】超几何分布

15. 某电视台举行电视奥运知识大奖赛，比赛分初赛和决赛两部分．为了增加节目的趣味性，初赛采用选手选一题答一题的方式进行，每位选手最多有5次选题答题的机会，选手累计答对3题或答错3题即终止其初赛的比 赛，答对3题者直接进入决赛，答错3题者则被淘汰．已知选手甲答题的正确率为 $\frac{2}{3}$ ．

(1) 求选手甲可进入决赛的概率．

(2) 设选手甲在初赛中答题的个数为 ξ ，试写出 ξ 的分布列，并求 ξ 的数学期望．

【答案】(1) $P = \frac{64}{81}$ ．

(2)

ξ	3	4	5
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{8}{27}$

$$E(\xi) = \frac{107}{27} .$$

【解析】(1) $P_{(x=3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$,

$$P_{(x=4)} = C_3^1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} ,$$

$$P_{(x=5)} = C_4^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81} ,$$

$$\therefore P = \frac{24 + 24 + 16}{81} = \frac{64}{81} .$$

(2)

ξ	3	4	5
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{8}{27}$

$$P_{(\xi=3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} ,$$

$$P_{(\xi=4)} = C_3^1 \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \frac{2}{3} + C_3^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \frac{2}{3} \frac{1}{3} = \frac{10}{27} ,$$

$$P_{(\xi=5)} = C_4^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \frac{2}{3} + C_4^1 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \frac{1}{3} = \frac{8}{27} ,$$

$$E(\xi) = 1 + \frac{40}{27} + \frac{40}{27} = \frac{107}{27} .$$

【标注】【知识点】离散型随机变量的数学期望