

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边, $C = 2A$,

$\sin^2 B + \sin^2 C - \sin^2 A = \frac{3}{2} \sin B \sin C$, 则 $\cos C = ()$.

- A. $\frac{1}{8}$
C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

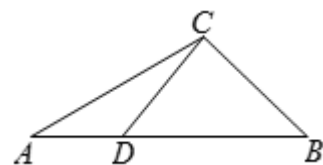
- B. $\frac{7}{16}$
D. $-\frac{7}{16}$

二、填空题

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{7}$, $BC = 2$, $B = 60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于 _____ .
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A = \frac{\pi}{3}$, $AC = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3} + 1)$, 则内角 $B =$ _____ .
11. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $2a \sin A = (2b - c) \sin B + (2c - b) \sin C$, 若 $c = \sqrt{6}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, $\triangle ABC$ 的周长为 _____ .
12. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 120^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____ .
13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 设 S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 满足 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + b^2 - c^2)$, 则角 C 的大小为 _____ .

三、解答题

14. 已知如图: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle ACB = 105^\circ$, $AB = \sqrt{3} + 1$, D 是 AB 边上的点.



- (1) 求 AC 的长.
- (2) 若 $\triangle ACD$ 的面积是 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 求 CD 的长.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $c \sin A = \sqrt{3}a \cos C$.
- (1) 求角 C 的大小.
- (2) 若 $c = \sqrt{31}$, $a + b = 7$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.
16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2(\tan A + \tan B) = \frac{\tan A}{\cos B} + \frac{\tan B}{\cos A}$.
- (1) 证明: $a + b = 2c$.
- (2) 求 $\cos C$ 的最小值.

17. 已知函数 $f(x) = (\sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x) \cos \omega x - \frac{1}{2} (x \in \mathbf{R}, \omega > 0)$. 若 $f(x)$ 的最小正周期为 4π .

(1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c 满足 $(2a - c) \cos B = b \cos C$, 求函数 $f(A)$ 的取值范围.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $A \neq \frac{\pi}{2}$, 且

$$3 \sin A \cos B + \frac{1}{2} b \sin 2A = 3 \sin C.$$

(1) 求 a 的值.

(2) 若 $A = \frac{2\pi}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

19. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的外接圆半径 $R = \sqrt{2}$ 且满足

$$\frac{\cos C}{\cos B} = \frac{2 \sin A - \sin C}{\sin B}.$$

(1) 求角 B 和边 b 的大小.

(2) 若 $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 且 $3 \cos A \cos C (\tan A \tan C - 1) = 1$.

(1) 求 $\sin \left(2B - \frac{5\pi}{6} \right)$ 的值.

(2) 若 $a + c = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $b = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.