

02集合的含参典型习题练习题

1. 子集关系的含参运算

1. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测B卷第13题 ★★

已知 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$, $B = \{x | a < x < a + 4\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

【答案】 $a \leq -5$ 或 $a \geq 5$

【解析】 $\because B \subseteq A$,

$$\therefore a + 4 \leq -1 \text{ 或 } a \geq 5,$$

$$\therefore a \leq -5 \text{ 或 } a \geq 5.$$

故答案为: $a \leq -5$ 或 $a \geq 5$.

【标注】【知识点】子集; 集合关系中的含参问题

2. 2020~2021学年10月天津河北区天津市第十四中学高一上学期月考第11题 ★★

已知集合 $M = \{x | x^2 = 1\}$, $N = \{x | ax = 1\}$, 若 $N \subseteq M$, 则实数 a 的取值集合为 ().

A. $\{1\}$

B. $\{-1, 1\}$

C. $\{1, 0\}$

D. $\{-1, 1, 0\}$

【答案】 D

【解析】 $M = \{x | x^2 = 1\} = \{-1, 1\}$, 当 $a = 0$ 时, $N = \emptyset$, 满足 $N \subseteq M$, 当 $a \neq 0$ 时, 因为 $N \subseteq M$, 所以 $\frac{1}{a} = -1$ 或 $\frac{1}{a} = 1$, 即 $a = -1$ 或 $a = 1$.

故选 D.

【标注】【知识点】子集; 集合关系中的含参问题

3. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测B卷第6题 ★★

已知集合 $A = \{x | a + 1 \leq x \leq 2a - 1\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, 且 $A \subseteq B$, 那么 a 的取值范围是 _____.

【答案】 $a \leq 3$

【解析】 $\because A \subseteq B$,

$$\textcircled{1} A = \emptyset,$$

$$\therefore a + 1 > 2a - 1,$$

$$\therefore a < 2,$$

$$\textcircled{2} A \neq \emptyset,$$

$$\therefore a \geq 2,$$

$$\therefore \begin{cases} 2a - 1 \leq 5 \\ a + 1 \geq -2 \end{cases},$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 3,$$

$$\therefore 2 \leq a \leq 3,$$

综上 $a \leq 3$.

故答案为： $a \leq 3$.

【标注】【知识点】集合关系中的含参问题；子集

4. 2019~2020学年天津河西区高一上学期期中第17题10分 ★★

已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$.

(1) 若 $B = \{x | m - 6 \leq x \leq 2m - 1\}$, $A \subseteq B$, 求实数 m 的取值范围.

(2) 若 $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

【答案】 (1) $3 \leq m \leq 4$.

(2) $(-\infty, 3]$.

【解析】 (1) 由题意得,

$$A = \{x | -2 \leq x \leq 5\},$$

因为 $A \subseteq B$,

$$\text{所以 } \begin{cases} m - 6 \leq -2 \\ 2m - 1 \geq 5 \end{cases},$$

$$\text{解得: } 3 \leq m \leq 4,$$

此时满足 $B \subseteq A$.

(2) 因为 $B \subseteq A$,

所以①若 $B = \emptyset$,

$$\text{则 } m + 1 > 2m - 1,$$

$$\text{即 } m < 2,$$

此时满足 $B \subseteq A$,

②若 $B \neq \emptyset$,

$$\text{则 } \begin{cases} m + 1 \leq 2m - 1 \\ m + 1 \geq -2 \\ 2m - 1 \leq 5 \end{cases},$$

$$\text{解得 } 2 \leq m \leq 3,$$

综上所述,

$$m \leq 3,$$

即 m 的取值范围是 $(-\infty, 3]$.

【标注】【知识点】子集；集合关系中的含参问题

5. 2020~2021学年10月天津南开区天津中学高一上学期月考第16题10分 ★★★

已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|x^2 - 4x \leq 0\}$, $B = \{x|m \leq x \leq m+2\}$.

若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围 .

【答案】 (1) $[0, 2]$.

【解析】 (1) $\because$ 集合 $A = \{x|0 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x|m \leq x \leq m+2\}$, $B \subseteq A$,

$$\therefore \begin{cases} m \geq 0 \\ m+2 \leq 4 \end{cases} ,$$

解得 $0 \leq m \leq 2$.

$\therefore$ 实数 m 的取值范围 $[0, 2]$.

【标注】【知识点】并集；交、并、补集混合运算；集合运算中的含参问题；补集；交集；集合关系中的含参问题；子集

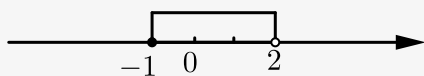
2. 交集与 $\emptyset$ 关系的含参运算

6. 2019~2020学年天津红桥区高一上学期期中第13题4分 ★★

已知集合 $A = \{x|-1 \leq x < 2\}$, $B = \{x|x \leq a\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, , 则 a 的取值范围是 _____ .

【答案】 $[-1, +\infty)$

【解析】 $\because A \cap B \neq \emptyset$,



则 B 不是 $\emptyset$, 且 A 与 B 有重合部分 ,

若 $a < -1$, 则 $A \cap B = \emptyset$,

若 $a \geq -1$, 满足题意 .

【标注】【知识点】交集；集合运算中的含参问题

7. 2020~2021学年10月天津南开区天津中学高一上学期月考第16题10分 ★★★

已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|x^2 - 4x \leq 0\}$, $B = \{x|m \leq x \leq m+2\}$.

若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围 .

【答案】 (1) $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$.

【解析】(1) $\because$ 集合 $A = \{x|0 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x|m \leq x \leq m+2\}$.

$$A \cap B = \emptyset,$$

$$\therefore m+2 < 0 \text{ 或 } m > 4,$$

$$\text{解得 } m < -2 \text{ 或 } m > 4.$$

$$\therefore \text{实数 } m \text{ 的取值范围 } (-\infty, -2) \cup (4, +\infty).$$

【标注】【知识点】并集；交、并、补集混合运算；集合运算中的含参问题；补集；交集；集合关系中的含参问题；子集

8. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测D卷第5题 ★★

已知集合 $A = \{x|1-a < x < 1+a\}$, $B = \{x|x < -1 \text{ 或 } x > 7\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

【答案】 $a \leq 2$

【解析】 $\because A \cap B = \emptyset$,

$$\text{I. } A = \emptyset,$$

$$\therefore 1+a \leq 1-a,$$

$$\therefore a \leq 0,$$

$$\text{II. } A \neq \emptyset,$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\begin{cases} 1+a \leq 7 \\ 1-a \geq -1 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a \leq 6 \\ a \leq 2 \end{cases},$$

$$\therefore a \leq 2,$$

$$\text{综上 } a \leq 2.$$

【标注】【知识点】集合运算中的含参问题；交集

9. 2019~2020学年北京高一上学期单元测试第42题 ★★★

设集合 $A = \{x|x+m \geq 0\}$, $B = \{x|-2 < x < 4\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$, 且 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是 _____.

【答案】 $\{m|m \geq 2\}$

【解析】解： $\because A = \{x|x \geq -m\}$, $\therefore \complement_U A = \{x|x < -m\}$.

$$\text{又 } \because (\complement_U A) \cap B = \emptyset, \therefore -m \leq -2, \text{ 即 } m \geq 2.$$

【标注】【知识点】离散型集合关系中的含参问题

3. 子集关系的交并理解

10. 2020~2021学年天津东丽区天津一中滨海学校高一上学期期中第21题 ★★★

已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x - 5 \geq 0\}$, 集合 $B = \{x | 2a \leq x \leq a + 2\}$.

若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围 .

【答案】 (1) $a > 2$ 或 $a \leq -3$.

【解析】 (1) $\because A \cap B = B$,

$$\therefore B \subseteq A ,$$

①若 $B = \emptyset$, 则 $2a > a + 2$,

$$\therefore a > 2 ,$$

②若 $B \neq \emptyset$, 则 $\begin{cases} a \leq 2 \\ a + 2 \leq -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a \leq 2 \\ 2a \geq 5 \end{cases}$,

$$\therefore a \leq -3 ,$$

综上 $a > 2$ 或 $a \leq -3$.

【标注】 【知识点】补集；交、并、补集混合运算；子集；集合关系中的含参问题

11. 2020~2021学年10月天津和平区天津市耀华中学高一上学期月考第19题10分 ★★

已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, $C = \{x | 3 \leq x \leq 8\}$.

若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围 .

【答案】 (1) $m \leq 3$.

【解析】 (1) $\because A \cap B = B$,

$$\therefore B \subseteq A ,$$

i $B = \emptyset$, $m + 1 > 2m - 1$, $m < 2$,

ii $B \neq \emptyset$, $m \geq 2$, $\begin{cases} -2 \leq m + 1 \\ 5 \geq 2m - 1 \end{cases}$, $-3 \leq m \leq 3$,

又 $\because m \geq 2$,

$$\therefore 2 \leq m \leq 3 ,$$

综上所述： $m \leq 3$.

【标注】 【知识点】集合关系中的含参问题；交集；并集

12. 2020~2021学年10月天津塘沽区天津市塘沽区第一中学高一上学期月考第5题5分 ★★

已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 - x \leq 2\}$, $B = \{1, a\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 a 的取值集合为 () .

A. $\{-1, 1, 0, 2\}$

B. $\{-1, 0, 2\}$

C. $\{-1, 1, 2\}$

D. $\{0, 2\}$

【答案】 B

【解析】 $\because x^2 - x \leq 2$,

$$\therefore x^2 - x - 2 \leq 0,$$

$$\therefore (x-2)(x+1) \leq 0,$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2,$$

$$\therefore A = \{-1, 0, 1, 2\},$$

$$\text{又} \because A \cup B = A,$$

$$\therefore B \subseteq A,$$

$$\therefore a \in \{-1, 0, 1, 2\},$$

由互异性知 $a \neq 1$,

$$\therefore a \in \{-1, 0, 2\}.$$

故选 B.

【标注】【知识点】离散型集合关系中的含参问题

13. 2020~2021学年天津红桥区天津市复兴中学高一上学期期中第18题8分 ★★

已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid x \geq 3\}$, $B = \{x \mid x^2 - 8x + 7 \leq 0\}$, $C = \{x \mid x \geq a - 1\}$.

若 $C \cup A = A$, 求实数 a 的取值范围.

【答案】 (1) $a \geq 4$.

【解析】 (1) $\because C \cup A = A$.

$$\therefore C \subseteq A.$$

$$\therefore a - 1 \geq 3.$$

$$\therefore a \geq 4.$$

【标注】【知识点】连续性集合关系中的含参问题

14. 2020~2021学年10月天津和平区天津市第五十五中学高一上学期月考第17题10分 ★★

已知集合 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x \mid 2m - 1 \leq x \leq m + 1\}$.

当 $B \cup A = A$ 时, 求实数 m 的取值范围.

【答案】 (1) $m \leq 3$.

【解析】(1) $\because B \cup A = A$,

$$\therefore B \subseteq A,$$

$$\text{i, } B = \emptyset,$$

$$2m - 1 > m + 1,$$

$$m > 2,$$

$$\text{ii, } B \neq \emptyset,$$

$$\text{即 } m \leq 2,$$

$$\because B \subseteq A,$$

$$\therefore \begin{cases} 2m - 1 \geq -3 \\ m + 1 \leq 4 \end{cases},$$

$$\therefore -1 \leq m \leq 3,$$

$$\text{又 } \because m > 2,$$

$$\therefore 2 < m \leq 3,$$

$$\text{综上 } m \leq 3.$$

【标注】【知识点】交、并、补集混合运算；连续性集合关系中的含参问题

15. 2018~2019学年10月河南郑州金水区郑州市第七中学高一上学期月考第17题10分 ★★

已知集合 $P = \{x | a + 1 \leq x \leq 2a + 1\}$, $Q = \{x | x^2 - 3x \leq 10\}$.

若 $P \cup Q = Q$, 求实数 a 的取值范围.

【答案】(1) $(-\infty, 2]$.

【解析】(1) 当 $P \neq \emptyset$ 时, 由 $P \cup Q = Q$ 得 $P \subseteq Q$,

$$\text{所以 } \begin{cases} a + 1 \geq -2 \\ 2a + 1 \leq 5 \\ 2a + 1 \geq a + 1 \end{cases}, \text{ 解得 } 0 \leq a \leq 2;$$

当 $P = \emptyset$, 即 $2a + 1 < a + 1$ 时, $P \subseteq Q$, 得 $a < 0$,

综上, 实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 2]$.

【标注】【知识点】补集；相等集合

4. 含参一元二次方程解集问题

16. 2020~2021学年天津和平区天津市第二十一中学高一上学期期中第16题10分 ★★

已知不等式 $ax^2 - 5x + b > 0$ 的解是 $-3 < x < 2$, 设 $A = \{x | bx^2 - 5x + a > 0\}$,

$$B = \left\{x \mid \frac{3}{x+1} \geq 5\right\}.$$

求 a, b 的值.

【答案】 (1) $a = -5$, $b = 30$.

【解析】 (1) 根据题意知 , $x = -3$, 2 是方程 $ax^2 - 5x + b = 0$ 的两实数根 ,

$$\therefore \text{由韦达定理得 , } \begin{cases} \frac{5}{a} = -3 + 2 \\ \frac{b}{a} = -3 \times 2 \end{cases} ,$$

解得 $a = -5$, $b = 30$.

【标注】【知识点】交、并、补集混合运算；已知解集求参问题