

01集合的概念与运算（练习题）

1. 元素的互异性

1. 2020~2021学年10月天津河西区天津市新华中学高一上学期月考第2题4分 ★★

已知集合 $B = \{a, a^2, 2\}$, $1 \in B$, 则实数 a 的值为 () .

A. 1

B. -1

C. ± 1

D. $-\sqrt{2}$

【答案】 B

【解析】 $\because 1 \in B$,

$\therefore a = 1$ 或 $a^2 = 1$,

i) $a = 1$,

此时 $a^2 = 1$, 与互异性矛盾.

ii) $a^2 = 1$ 且 $a \neq 1$,

$a = -1$,

$B = \{-1, 1, 2\}$.

故选 B.

【标注】 【知识点】 互异性、确定性、无序性

2. 2015~2016学年天津和平区天津市第一中学高一上学期期中第11题5分 ★★★

设集合 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\} = \{a^2, a+b, 0\}$, 则 $a^{2014} + b^{2015} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】 $\because$ 集合 $A = \left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$, $B = \{a^2, a+b, 0\}$, 且 $A = B$,

$\therefore a \neq 0$, 则必有 $\frac{b}{a} = 0$, 即 $b = 0$,

此时两集合为 $A = \{a, 0, 1\}$, 集合 $B = \{a^2, a, 0\}$,

$\therefore a^2 = 1$,

$\therefore a = -1$ 或 1 ,

当 $a = 1$ 时, 集合为 $A = \{1, 0, 1\}$, 集合 $B = \{1, 1, 0\}$, 不满足集合元素的互异性.

当 $a = -1$ 时, $A = \{-1, 0, 1\}$, 集合 $B = \{1, -1, 0\}$, 满足条件, 故 $a = -1$, $b = 0$.

$a^{2014} + b^{2015} = 1$.

故答案为: 1.

【标注】 【知识点】 实数指数幂运算; 相等集合; 离散型集合关系中的含参问题

2. 交并补的不含参运算

3. 2020~2021学年9月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期月考第16题14分 ★★

设集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$.

(1) 求 $A \cap B$.

(2) 求 $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B)$.

【答案】(1) $[1, 2)$.

(2) $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$.

【解析】(1) $\because A = (-1, 2)$, $B = [1, 3]$,

$$\therefore A \cap B = [1, 2).$$

(2) $\because \complement_{\mathbf{R}} B = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$,

$$\therefore A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = (-\infty, 2) \cup (3, +\infty).$$

【标注】【知识点】交、并、补集混合运算；交集

4. 2020~2021学年12月天津和平区天津市第二十中学高一上学期月考第2题3分 ★★

已知集合 $A = \{x | |x| > 1\}$, $B = \left\{x \left| x > -\frac{1}{2} \right.\right\}$, 且 $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cap A = (\quad)$.

A. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$

B. $(-\infty, -1)$

C. $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

D. $(1, +\infty)$

【答案】B

【解析】 $\because$ 集合 $A = \{x | |x| > 1\} = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -1\}$, 而 $B = \left\{x \left| x > -\frac{1}{2} \right.\right\}$,

$$\therefore \complement_{\mathbf{R}} B = \left\{x \left| x \leq -\frac{1}{2} \right.\right\},$$

$$\text{则 } (\complement_{\mathbf{R}} B) \cap A = \{x | x < -1\},$$

故选 B.

【标注】【知识点】交集；补集；交、并、补集混合运算

5. 2019~2020学年9月天津北辰区天津市第四十七中学高一上学期月考第3题4分 ★★

已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A = (\quad)$.

A. $\{x | -1 < x < 2\}$

B. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$

C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$

D. $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$

【答案】 B

【解析】 集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$,
可得 : $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$,
则 : $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$,
故选 B .

【标注】 【知识点】 一元二次不等式

6. 2019~2020学年9月天津南开区天津市第二十五中学高一上学期月考第3题4分 ★★

集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 则集合 $M \cap N$ 为 () .

- A. $\{3, -1\}$ B. $(3, -1)$ C. $\{(3, -1)\}$ D. $\{x = 3, y = -1\}$

【答案】 C

【解析】 本题主要考查集合的基本运算 .

两个集合的交集为两条直线的交点坐标 .

$$\text{解方程组 } \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases} ,$$

$$\text{得 } \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} ,$$

因为集合 M 和 N 均为点集 ,

所以 $M \cap N$ 也是点集 ,

因此 , $M \cap N = \{(3, -1)\}$.

故选 C .

【标注】 【知识点】 交集

7. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测D卷第2题 ★★

设集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于 () .

- A. $\{3\}$ B. $\{1\}$ C. $\{-1\}$ D. $\emptyset$

【答案】 C

【解析】 $\because A = \{x | x^2 = 1\}$,

$$x^2 = 1 ,$$

$$\therefore x = 1 \text{ 或 } -1 ,$$

$$\therefore A = \{1, -1\} ,$$

$$\therefore B\{x|x^2 - 2x - 3 = 0\},$$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$\therefore (x-3)(x+1) = 0,$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } x = -1,$$

$$\therefore B = \{3, -1\},$$

$$\therefore A \cap B = \{-1\}.$$

故选 C.

【标注】【知识点】交集；交、并、补集混合运算

8. 2019~2020学年10月天津河西区天津市第四十二中学高一上学期月考第8题3分 ★★

设集合 $A = \{x|x^2 - 4x + 3 < 0\}$, $B = \{x|2x - 3 > 0\}$, 则 $A \cap B = ()$.

- A. $\left(-3, -\frac{3}{2}\right)$ B. $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$

【答案】 D

【解析】 $A = \{x|x^2 - 4x + 3 < 0\} = \{x|1 < x < 3\},$

$$B = \{x|2x - 3 > 0\} = \left\{x \middle| x > \frac{3}{2}\right\},$$

$$\therefore A \cap B = \left\{x \middle| \frac{3}{2} < x < 3\right\}.$$

故选 D.

【标注】【知识点】交、并、补集混合运算；交集

9. 2019~2020学年天津和平区天津市耀华中学高一上学期期中第1题4分 ★

已知集合 $M = \{y|y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $N = \{x|y = \sqrt{3 - x^2}\}$, $M \cap N = ()$.

- A. $\{(-\sqrt{2}, 1), (\sqrt{2}, 1)\}$ B. $[-1, \sqrt{3}]$
C. $[0, \sqrt{3}]$ D. $\emptyset$

【答案】 B

【解析】 $M = [-1, +\infty)$, $N = [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$,

$$\text{故 } M \cap N = [-1, \sqrt{3}].$$

故选 B.

【标注】【知识点】交集；交、并、补集混合运算

10. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测C卷第7题 ★★

设全集 $U = \{x | 0 < x < 10, x \in \mathbf{N}^*\}$, 若 $A \cap B = \{3\}$, $A \cap \complement_U B = \{1, 5, 7\}$, $\complement_U A \cap \complement_U B = \{9\}$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $B = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\{1, 3, 5, 7\}$; $\{2, 3, 4, 6, 8\}$

【解析】 $A = (A \cap B) \cup (A \cap \complement_U B)$

$$= \{1, 3, 5, 7\} ,$$

$$\because \complement_U A \cap \complement_U B = \complement_U (A \cup B) ,$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} ,$$

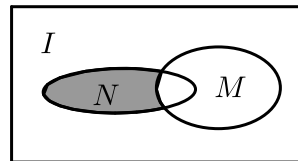
$$\text{又} \because A \cap B = \{3\} ,$$

$$\therefore B = \{2, 3, 4, 6, 8\} .$$

【标注】【知识点】交集；补集；交、并、补集混合运算

11. 2019~2020学年9月天津河北区天津外国语学院附属外国语学校高一上学期月考第1题4分 ★

设全集 $I = \mathbf{R}$, $M = \{x | x^2 > 4\}$, $N = \left\{x \mid \frac{2}{x-1} \geq 1\right\}$, 如图所示, 则图中阴影部分所表示的集合为 () .



A. $\{x | x < 2\}$

B. $\{x | -2 < x < 1\}$

C. $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$

D. $\{x | 1 < x \leq 2\}$

【答案】 D

【解析】 $M = \{x | x^2 > 4\} = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$,

$$N = \left\{x \mid \frac{2}{x-1} \geq 1\right\} = \{x | 1 < x \leq 3\} ,$$

图中阴影部分所表示的集合为属于集合 N 但不属于集合 M ,

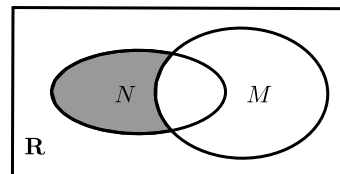
则图中阴影部分所表示的集合为 $\{x | 1 < x \leq 2\}$,

故选 D .

【标注】【知识点】分式不等式；一元二次不等式；维恩图；交、并、补集混合运算

12. 2020~2021学年10月天津和平区天津市汇文中学高一上学期月考第4题3分 ★★

已知集合 $M = \{x|x^2 - 3x - 10 < 0\}$, $N = \{x|y = \sqrt{9 - x^2}\}$, 且 M 、 N 都是全集 $\mathbf{R}$ ($\mathbf{R}$ 为实数集) 的子集, 则如图所示韦恩图中阴影部分所表示的集合为 () .



A. $\{x|3 < x \leq 5\}$

B. $\{x|x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$

C. $\{x|-3 \leq x \leq -2\}$

D. $\{x|-3 \leq x \leq 5\}$

【答案】 C

【解析】 $M = \{x|x^2 - 3x - 10 < 0\} = \{x|(x - 5)(x + 2) < 0\}$

$$= \{x|-2 < x < 5\} ,$$

$$N = \{x|y = \sqrt{9 - x^2}\} = \{x|9 - x^2 \geq 0\} = \{x|-3 \leq x \leq 3\} ,$$

图中阴影部分表示的是 $\complement_N(M \cap N)$,

$$\because M \cap N = \{x|-2 < x \leq 3\} ,$$

$$\therefore \complement_N(M \cap N) = \{x|-3 \leq x \leq -2\} .$$

故选 C .

【标注】【知识点】一元二次不等式；交、并、补集混合运算；补集；交集