

01集合的概念与运算

1. 元素与集合

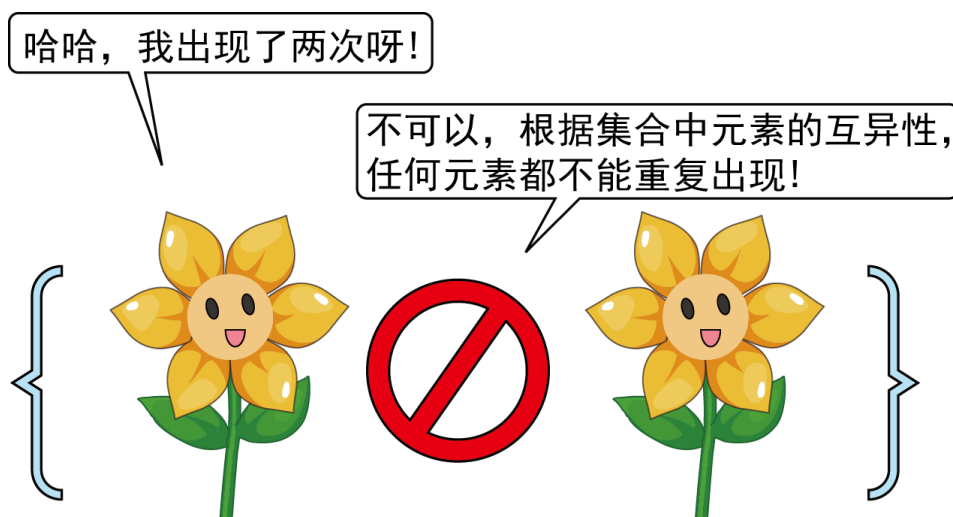
1.元素与集合的关系

a 属于集合A	
a 不属于集合A	

2.集合中元素的性质

- ① _____:集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 则 $1 \in A$, $4 \notin A$
- ② _____:方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根构成的集合只有一个1, 不能出现两个重复的1, 1
- ③ _____:集合 $\{1, 2\}$ 和 $\{2, 1\}$ 是同一个集合

互异性



1. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ $\{1, a+b, a\} = \left\{0, \frac{b}{a}, b\right\}$, 则 $a-b$ 等于 () .
A. -2 B. 2 C. 1 D. 0
2. 已知集合 A 由 $a-1$, $2a^2+5a+1$, a^2+1 组成, 且 $-2 \in A$, 求 a 的值 .
3. 含有 3 个实数的集合可表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$, 又可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 则 $a^{2019} + b^{2019} =$ _____ .

2. 集合的表示方法

列举法

1.列举法

①元素个数少且有限时，全部列举；

②元素个数多且有限时，可以列举部分，中间用省略号表示；

举例：从1到100的所有自然数组成的集合可以表示为_____；

③元素个数无限但有规律时，可以列举前面一部分，后面用省略号表示。

举例：自然数集 N 可以表示为_____

4. 设 a 、 b 都是非零实数，由 $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 的可能取值组成的集合为（ ）。

A. $\{3\}$

B. $\{3, 2, 1\}$

C. $\{3, 1, -1\}$

D. $\{3, -1\}$

描述法

2.描述法

$$A = \{x \in I | p(x)\}$$

其中的 x 表示集合的**代表元素**， I 表示元素 x 的**取值范围**， $p(x)$ 则表示元素 x 的**共同特征**。

5. 方程组 $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=3 \end{cases}$ 的解集为_____。

6. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2(p-1)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ，求 $B = \{y | y = 2x - 1, x \in A\}$ 。

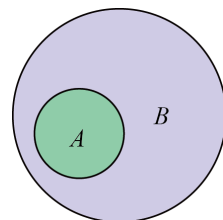
7. 给出下列集合：① $\{x^2 - x = 0\}$ ；② $\{x | x^2 - x = 0\}$ ；③ $\{x | y = x^2 - x\}$ ；④ $\{y | y = x^2 - x\}$ ，其中恰有两个元素的集合是_____。

图示法

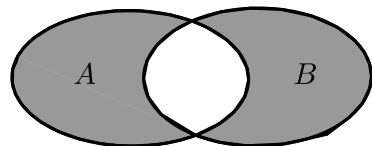
3.图示法

Venn图：Venn图是用**封闭曲线**来表示集合的，

它能直观的表示集合元素的构成及集合之间的关系。



8. 如图所示的韦恩图中，若 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x | x > 1\}$ ，则阴影部分表示的集合为（ ）。



A. $\{x | 0 < x < 2\}$

B. $\{x | 1 < x \leq 2\}$

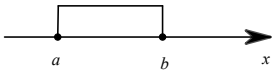
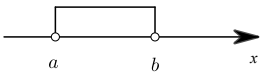
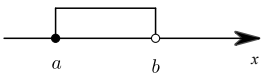
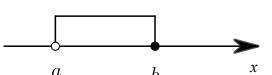
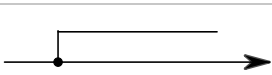
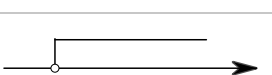
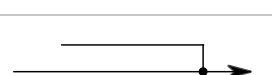
C. $\{x | 0 \leq x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$

D. $\{x | 0 \leq x \leq 1 \text{ 或 } x > 2\}$

区间表示法

4.区间表示法

设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，且 $a < b$ 。

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x a \leq x \leq b\}$	闭区间		
$\{x a < x < b\}$	开区间		
$\{x a \leq x < b\}$	半开半闭区间		
$\{x a < x \leq b\}$	半开半闭区间		
$\{x x \geq b\}$	无穷区间		
$\{x x > a\}$	无穷区间		
$\{x x \leq b\}$	无穷区间		
$\{x x < b\}$	无穷区间		

3. 集合的分类

1. 数集与点集

判断下面每组集合是否表示相同的集合：

第一组： $A = \{2, 1\}$ 、 $B = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 、 $C = \{x|(x-1)^2(x-2) = 0\}$ ；

第二组： $D = \{(1, 2)\}$ 、 $E = \left\{(x, y) \left| \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \right.\right\}$ 、 $F = \{(x, y)|(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0\}$ 。

2. 按元素的个数：

有限集、无限集。

3. 常见数集的表达方法

- ① 0和正整数构成的集合叫做_____，记作_____。
- ② 正整数构成的集合叫做_____，记作_____或_____。
- ③ 全体整数构成的集合叫做_____，记作_____。
- ④ 全体有理数构成的集合叫做_____，记作_____。
- ⑤ 全体实数构成的集合叫做_____，记作_____。

4. 常见数集的关系



常见数集的使用与运算

9. 集合 $\left\{x \in \mathbf{N} \mid \frac{12}{x} \in \mathbf{Z}\right\}$ 中含有的元素个数为 () .
A. 4 B. 6 C. 8 D. 12
10. 集合 $A = \left\{x \in \mathbf{Z} \mid y = \frac{12}{x+3}, y \in \mathbf{Z}\right\}$ 的元素个数为 () .
A. 4 B. 5 C. 10 D. 12
11. 设集合 $M = \{x \mid x = 2m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$, $P = \{y \mid y = 2m, m \in \mathbf{Z}\}$, 若 $x_0 \in M$, $y_0 \in P$, $a = x_0 + y_0$, $b = x_0 y_0$, 则 () .
A. $a \in M, b \in P$ B. $a \in P, b \in M$ C. $a \in M, b \in M$ D. $a \in P, b \in P$

4. 集合之间的关系

1. 子集

① 子集定义的符号表示

若 $\forall x \in A$ 都有 $x \in B$, 则 $A \subseteq B$

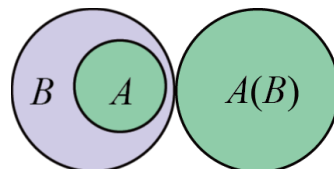
这是作为证明 A 是集合 B 的子集的最基本方法

② 包含关系具有传递性

即如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$ (借助于 Venn 图比较好理解) .

③ 集合和它本身的关系

任何一个集合都是它本身的子集, 即 $A \subseteq A$.



2. 真子集

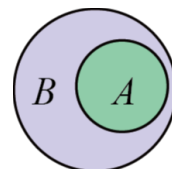
① 真子集的定义

如果 $A \subseteq B$, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**

记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$, 读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ” .

② 真包含关系同样具有传递性

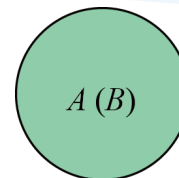
即如果 $A \subsetneq B$ 且 $B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.



3. 集合相等在子集角度的描述

如果集合 A 是集合 B 的子集 ($A \subseteq B$), 且集合 B 是集合 A 的子集 ($A \subseteq B$),

此时两集合的元素是一样的，我们称集合 A 与集合 B **相等**。



4. 空集

①数0、 $\{0\}$ 、 $\emptyset$ 、 $\{\emptyset\}$ 的关系

数0不是集合，是一个元素；

$\{0\}$ 是含一个元素0的集合；

$\emptyset$ 是不含任何元素的集合（它既不是有限集也不是无限集）；

$\{\emptyset\}$ 是指以 $\emptyset$ 为元素的集合

②空集的规定

空集是任何集合的子集，即 $\emptyset \subseteq A$ 。

空集是任何非空集合的真子集，即 $\emptyset \subsetneq A (A \neq \emptyset)$ 。

③重点命题辨析

由于空集的存在，关于子集的下述定义其实是**错误**的：

若 $A \subseteq B$ ，则 A 是由 B 中的部分元素所组成的集合

空集

12. 下列命题：

- (1) 空集没有子集；
- (2) 任何集合至少有两个子集；
- (3) 空集是任何集合的真子集；
- (4) 若 $\emptyset \supseteq A$ ，则 $A \neq \emptyset$ 。

其中正确的是（ ）。

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

子集与真子集

13. 求满足条件 $\{x|x^2 + x + 2 = 0\} \subseteq A \subseteq \{x|x^2 - 5x + 6 = 0\}$ 的集合 A 。

14. 已知集合 $A = \{x|ax^2 + 2x + 1 = 0\}$ 至多只有一个真子集，求实数 a 的取值范围。

5. 子集个数的确定

若有限非空集合 A 中含有 n 个元素，则有：

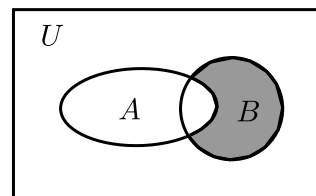
- (1) 集合 A 的**子集**个数为 2^n 。
- (2) 集合 A 的**真子集**个数为 $2^n - 1$ 。
- (3) 集合 A 的**非空子集**个数为 $2^n - 1$ 。

(4) 集合 A 的非空真子集个数为 $2^n - 2$.

15. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 0 < x < 5, x \in \mathbf{N}\}$, 则满足条件 $A \subseteq C \subseteq B$ 的集合 C 的个数为 () .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

16. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 0 < x < 9\}$ 和 $B = \{x \in \mathbf{Z} | -4 < x < 4\}$ 关系的韦恩图如图所示, 则阴影部分所示集合中的元素共有 () .



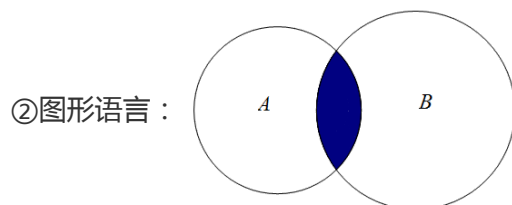
- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 无穷多个

17. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$, $M = \{x | x = a + b, a \in A, b \in B\}$, 则 M 中的子集个数为 _____ .

6. 交集、并集、全集、补集

1. 交集

① 符号语言: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.



③ 交集常用运算性质

$$A \cap A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cap \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$$

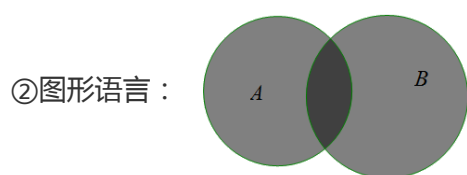
$$A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(A \cap B) \cap C = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cap B \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 并集

① 符号语言: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.



③ 并集常用运算性质

$$A \cup A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cup \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$$

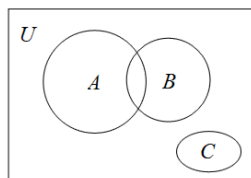
$$(A \cup B) \cup C = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \subseteq \underline{\hspace{2cm}}$$

3.全集

①文字语言：如果集合 U 含有我们**所要研究的各个集合的全部元素**，则称 U 为**全集**。

②图形语言：

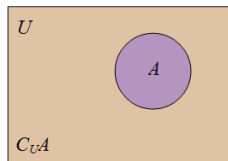


4.补集

①文字语言：若集合 A 是集合 U 的一个子集，则称 **U 中所有不属于 A 的元素**所组成的集合称为 A 在 U 中的**补集**。

②符号语言： $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$ 。

③图形语言：



5.补集与全集的关系

(1) 补集是相对于全集而言的，研究一个集合的补集之前一定要明确其所对应的全集

$\complement_U A$ 表示 U 为全集时 A 的补集，如果换成其他集合（如 $\mathbf{R}$ ）时，则记号中“ U ”也必须换成相应的集合（即 $\complement_{\mathbf{R}} A$ ）。

(2) 若 $x \in U$ ，则 $x \in A$ 和 $x \in \complement_U A$ 必有一个是正确的。

并集

18. 设集合 $A = \{x | x^2 - (a+3)x + 3a = 0\}$ ， $B = \{x | x^2 - 5x + 4 = 0\}$ ，集合 $A \cup B$ 中所有元素之和为 8，则实数 a 的取值集合为（ ）

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 3\}$ C. $\{1, 3, 4\}$ D. $\{0, 1, 3, 4\}$

交集运算

19. 已知集合 $M = \{y | y = -x^2 + 1\}$ ， $P = \{x | y = 2x + 1\}$ ，则集合 $M \cap P = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

20. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = x + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ， $B = \{(x, y) | x + y - 5 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ，则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

21. 回答下列各题。

(1) 设 $A = \{x | x - 1 < x \leq 2\}$ ， $B = \{x | 1 < x < 3\}$ ，求 $A \cap B$ ， $A \cup B$ 。

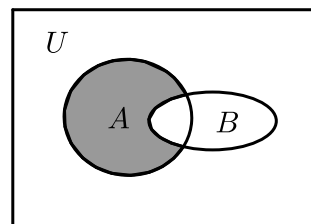
(2) 设 $A = \{x | x \text{ 是锐角三角形} \}$, $B = \{x | x \text{ 是钝角三角形} \}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

22. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | |x+2| < 3\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{R} | (x-m)(x-2) < 0\}$, 且 $A \cap B = (-1, n)$, 则 $m = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$.

23. 已知 $A = \{y | y = x^2\}$, $B = \{x | x^2 + x = 0\}$, 求 $A \cap B$ $\underline{\hspace{1cm}}$.

补集

24. 图中阴影部分表示的集合是 ().



- A. $A \cap \complement_U B$ B. $\complement_U A \cap B$ C. $\complement_U (A \cap B)$ D. $\complement_U (A \cup B)$

25. 设全集为 $\mathbf{R}$, $A = \{x | 3 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x | 5 < x < 10\}$. 求:

$\complement_{\mathbf{R}} (A \cup B)$.

26. 设 $U = \{0, 1, 2, 3\}$, $A = \{x \in U | x^2 + mx = 0\}$, 若 $\complement_U A = \{1, 2\}$, 则实数 $m = \underline{\hspace{1cm}}$.