

02解不等式组及不等式性质

1. 求解不等式组

不等式组

1. 写出下列不等式(组)的解集:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ \frac{x+3}{x-1} > 2 \end{cases} \quad \text{——} .$$

【答案】 (1) $(1, 2) \cup (4, 5)$

【解析】 (1) $\begin{cases} (x-2)(x-4) > 0 \\ \frac{5-x}{x-1} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \text{ 或 } x < 2 \\ 1 < x < 5 \end{cases} ,$
 $\therefore (1, 2) \cup (4, 5) .$

【标注】 【知识点】 高次不等式; 分式不等式; 含绝对值的不等式

2. 解不等式组 $\begin{cases} |2x-6| \geq 2 \\ -x^2+x+2 < 0 \end{cases} .$

【答案】 $(-\infty, -1) \cup [4, +\infty) .$

【解析】 不等式组 $\begin{cases} |2x-6| \geq 2 \text{ ①} \\ -x^2+x+2 < 0 \text{ ②} \end{cases} ,$

①中 $|2x-6| \geq 2$, 即 $2x-6 \geq 2$ 或 $2x-6 \leq -2$,
解得 $x \geq 4$ 或 $x \leq 2$,

② $-x^2+x+2 < 0$ 即 $x^2-x-2 > 0$,

$(x-2)(x+1) > 0$, 解得 $x > 2$ 或 $x < -1$,

① $\cap$ ② = $(-\infty, -1) \cup [4, +\infty) .$

【标注】 【知识点】 含绝对值的不等式; 一元二次不等式

3. 写出下列不等式(组)的解集:

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{3-x}{3+x} > \left| \frac{2-x}{2+x} \right| \end{cases} \quad \text{——} .$$

【答案】 (1) $(0, \sqrt{6})$

【解析】 (1) ① $x \geq 2$, $\frac{3-x}{3+x} > \frac{x-2}{2+x} \Rightarrow 2 \leq x < \sqrt{6} .$

$$\textcircled{2} x < 2, \frac{3-x}{3+x} > \frac{2-x}{2+x} \Rightarrow 0 < x < 2.$$

$$\therefore x \in (0, \sqrt{6}).$$

【标注】【知识点】高次不等式；分式不等式；含绝对值的不等式

4. 解不等式组： $\begin{cases} \left| \frac{2x-3}{x+1} \right| < 1 \\ \frac{4x-1}{x^2-x+3} \leq 1 \end{cases}$.

【答案】 不等式的组的解集为 $\left\{ x \mid \frac{2}{3} < x \leq 1 \right\}$.

【解析】 由 $\left| \frac{2x-3}{x+1} \right| < 1$ 可得 $-1 < \frac{2x-3}{x+1} < 1$, 即 $\begin{cases} \frac{2x-3}{x+1} < 1 \\ \frac{2x-3}{x+1} > -1 \end{cases}$, 解得 $\frac{2}{3} < x < 4$,
 由 $\frac{4x-1}{x^2-x+3} \leq 1$, 因为 $x^2-x+3 > 0$,
 $\therefore 4x-1 \leq x^2-x+3$,
 即 $x^2-5x+4 \geq 0$,
 解得 $x \leq 1$ 或 $x \geq 4$,
 故不等式的组的解集为 $\left\{ x \mid \frac{2}{3} < x \leq 1 \right\}$.

【标注】【素养】数学运算

【知识点】分式不等式；含绝对值的不等式

5. 已知集合 $A = \left\{ x \mid \frac{1-x}{x} < 1 \right\}$, $B = \{ x \mid x^2 - 4 < 0 \}$, 则 $A \cap B =$ _____.

【答案】 (0,1)

【标注】【知识点】交集

连不等式

6. 解下列不等式：

$$-9 < -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} < -3.$$

【答案】 (1) $(-5, -3) \cup (1, 3)$

【解析】 (1) 略

【标注】【知识点】一元二次不等式

7. 解不等式：

$$4 < |2x - 3| \leq 7.$$

【答案】 (1) $\frac{7}{2} < x \leq 5$ 或 $-2 \leq x < -\frac{1}{2}$.

【解析】 (1) 略

【标注】【知识点】含绝对值的不等式

2. 不等式性质

1. 不等式的基本性质

	别名	性质内容	注意
性质1	对称性		可逆
性质2	传递性		同向
性质3	可加性		可逆
3的推论	移项法则		可逆
性质4	可乘性		c的符号
性质5	同向可加性		同向
性质6	同向同正 可乘性		同向 同正
性质7	可乘方性		同正
性质8	可开方性		

【答案】

	别名	性质内容	注意
性质1	对称性	$a > b \Leftrightarrow b < a$ $a < b \Leftrightarrow b > a$	可逆
性质2	传递性	$a > b, b > c \Rightarrow a > c$ $c < b, b < a \Rightarrow c < a$	同向
性质3	可加性	$a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$	可逆
性质3的推论	移项法则	$a + b > c \Leftrightarrow a > c - b$	可逆
性质4	可乘性	$\left. \begin{matrix} a > b \\ c > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow ac > bc$ $\left. \begin{matrix} a > b \\ c < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow ac < bc$	c的符号
性质5	同向可加性	$\left. \begin{matrix} a > b \\ c > d \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + c > b + d$	同向
性质6	同向同正可乘性	$\left. \begin{matrix} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow ac > bd$	同向, 同正
性质7	可乘方性	$a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n$ $(n \in N, n \geq 1)$	同正
性质8	可开方性	$a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ $(n \in N, n \geq 2)$	

2.不等式的其他性质——倒数性质

$$\textcircled{1} a > b, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b};$$

$$\textcircled{2} a < 0 < b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}.$$

【备注】【补充】分数性质——若 $a > b > 0, m > 0$, 则

i. 真分数性质: $\frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}; \frac{b}{a} > \frac{b-m}{a-m} (b-m > 0).$

ii. 假分数性质: $\frac{a}{b} > \frac{a+m}{b+m}; \frac{a}{b} < \frac{a-m}{b-m} (b-m > 0).$

3.比较数(式)大小的方法

	作差法	作商法
依据	$a - b > 0 \Leftrightarrow a > b ;$ $a - b < 0 \Leftrightarrow a < b ;$ $a - b = 0 \Leftrightarrow a = b$	$b > 0$ 时, $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b ,$ $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b ,$ $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b ;$ $b < 0$ 时, $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a < b ,$ $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b ,$ $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a > b ;$

比较数、式的大小

8. 设 $0 < a < b$, $a + b = 1$, 则 b , $2ab$, $a^2 + b^2$ 三个数从小到大排列顺序是 () .
- A. $2ab < b < a^2 + b^2$ B. $2ab < a^2 + b^2 < b$
- C. $b < 2ab < a^2 + b^2$ D. $b < a^2 + b^2 < 2ab$

【答案】 B

【解析】 $\because 0 < a < b$,

$$a + b = 1,$$

$$\therefore 1 = a + b < b + b,$$

$$\therefore b > \frac{1}{2},$$

$$\therefore a < \frac{1}{2}.$$

$$\text{又} \because a > 0,$$

$$\therefore b < 1,$$

$$\therefore 2ab < 2 \times \frac{1}{2}b = b.$$

$$a^2 + b^2 - b = (1 - b)^2 + b^2 - b = 2b^2 - 3b + 1 = (2b - 1)(b - 1).$$

$$\because 2b - 1 > 0,$$

$$b - 1 < 0,$$

$$\therefore a^2 + b^2 - b = (2b - 1)(b - 1) < 0,$$

$$\therefore b > a^2 + b^2,$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 > 0,$$

$$\therefore 2ab < a^2 + b^2 < b.$$

故选B.

【标注】【知识点】比较法

9. 若 $a_1 < a_2$, $b_1 < b_2$, 则 $a_1b_1 + a_2b_2$ 与 $a_1b_2 + a_2b_1$ 的大小关系是 _____ .

【答案】 $a_1b_1 + a_2b_2 > a_1b_2 + a_2b_1$

【解析】 $\because (a_1b_1 + a_2b_2) - (a_1b_2 + a_2b_1) = a_1(b_1 - b_2) + a_2(b_2 - b_1)$
 $= (a_1 - a_2)(b_1 - b_2)$,
 $\because a_1 < a_2, b_1 < b_2$,
则 $a_1 - a_2 < 0, b_1 - b_2 < 0$,
 $\therefore (a_1b_1 + a_2b_2) - (a_1b_2 + a_2b_1) > 0$,
则 $a_1b_1 + a_2b_2 > a_1b_2 + a_2b_1$.

【标注】 【知识点】不等式的性质

10. 设 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = \sqrt{6} - \sqrt{5}$, $c = \sqrt{7} - \sqrt{6}$, 则 a, b, c 的大小顺序是 _____ .

【答案】 $c < b < a$

【解析】 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$,
 $b = \sqrt{6} - \sqrt{5} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$,
 $c = \sqrt{7} - \sqrt{6} = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$,
 $\because \sqrt{7} + \sqrt{6} > \sqrt{6} + \sqrt{5} > \sqrt{3} + \sqrt{2} > 0$,
 $\therefore \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} < \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} < \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$,
 $\therefore c < b < a$.

【标注】 【知识点】实数指数幂运算；针对不等式变形判断正误

|| 精进不休 日新月异

11. 已知 $|a| \neq |b|$, $m = \frac{|a| - |b|}{|a - b|}$, $n = \frac{|a| + |b|}{|a + b|}$, 那么 m, n 之间的大小关系为 ().
A. $m > n$ B. $m < n$ C. $m = n$ D. $m \leq n$

【答案】 D

【解析】 因为 $||a| - |b|| \leq |a - b|$ ($|a| \neq |b|$),
所以 $m = \frac{|a| - |b|}{|a - b|} \leq 1$,
又因为 $|a + b| \leq |a| + |b|$,
所以 $n = \frac{|a| + |b|}{|a + b|} \geq 1$,

所以 $m \leq 1, n \geq 1$, 则 $m \leq n$.

故选D.

【标注】【知识点】针对不等式变形判断正误

 化简数、式不等关系

12. 如果 $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} > a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$, 则 a, b 应满足的条件是 _____.

【答案】 $a \geq 0, b \geq 0$, 且 $a \neq b$

【解析】 $\because a\sqrt{a} + b\sqrt{b} > a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$,

移项得 $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - a\sqrt{b} - b\sqrt{a} > 0 \Leftrightarrow (a+b-2\sqrt{ab})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) > 0$,

即满足 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2(\sqrt{a}+\sqrt{b}) > 0$,

可以看出式子左边是大于等于0的,

故要排除等于0的情况,

由 a, b 求平方根, 则必有 $a \geq 0, b \geq 0$,

若 $a = b$, 则 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = 0$ 矛盾, 故 $a \neq b$,

所以答案为: $a \geq 0, b \geq 0$, 且 $a \neq b$.

【标注】【知识点】不等式的性质

13. “ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”是“ $b < a < 0$ ”的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 B

【解析】 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{a-b}{ab} > 0 \Leftrightarrow ab(a+b) > 0$,

$\therefore$ 当 $b < a < 0$ 时, $ab > 0, a-b > 0$,

$\therefore ab(a-b) > 0, \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$,

当 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 时, $ab(a-b) > 0$,

$\therefore b < a < 0$ 或 $0 < b < a$,

$\therefore \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 是 $b < a < 0$ 的必要不充分条件.

故选B.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

 判断不等式变形的正误

14. 若 $a > b > 0, c < d < 0$, 则一定有 () .

A. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$
C. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

B. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$
D. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

【答案】 D

【解析】 方法一: $\because a > b > 0, c < d < 0$,

$$\therefore |ac| > |bd|,$$

$$\therefore -ac > -bd,$$

$$ac < bd,$$

$$\text{则 } \frac{ac}{cd} < \frac{bd}{cd},$$

$$\text{即 } \frac{a}{d} < \frac{b}{c}. \text{ 故D正确.}$$

故选D.

方法二: 依题意取 $a = 2, b = 1, c = -2, d = -1$, 代入验证得A, B, C均错, 只有D正确.

故选D.

【标注】【素养】数学运算

【知识点】 针对不等式变形判断正误

15. 若 $x > y, m > n$, 则下列不等式正确的是 () .

A. $x - m > y - n$

B. $xm > yn$

C. $\frac{x}{n} > \frac{y}{m}$

D. $m - y > n - x$

【答案】 D

【解析】 取 $x = 2, y = 1, m = 10, n = 1$, 则A中不等式不成立;

取 $x = 4, y = 1, m = -1, n = -2$, 则B中不等式不成立;

取 $x = 4, y = 1, m = -1, n = -2$, 则C中不等式不成立;

由 $x > y$, 得 $-y > -x$, 又 $m > n$, $\therefore m - y > n - x$, D正确.

【标注】【知识点】针对不等式变形判断正误

16. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则 () .

A. $ac > bc$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. $a^2 > b^2$

D. $a^3 > b^3$

【答案】 D

【解析】 方法一：A项，当 $c \leq 0$ 时，若 $a > b$ ，则 $ac \leq bc$ ，故A错误；

B项，当 $a = 1, b = -2$ 时，满足 $a > b$ ，但 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ，故B错误；

C项，当 $a = -1, b = -2$ 时，满足 $a > b$ ，但 $a^2 < b^2$ ，故C错误；

D项，由 $y = x^3$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增知，当 $a > b$ 时， $a^3 > b^3$ ，故D正确。

故选D。

方法二： $3 > 2$ ，但是 $3 \times (-1) < 2 \times (-1)$ ，即只有当 $c > 0$ 时，不等式才成立，故A错误；

$1 > -2$ ，但是 $1 > -\frac{1}{2}$ ，即只有 a, b 同号时，不等式才成立，故B错误；

$-1 > -2$ ，但是 $(-1)^2 < (-2)^2$ ，故C错误；

$\because$ 函数 $y = x^3$ 在 $\mathbf{R}$ 上为单调递增函数， $\therefore$ 当 $a > b$ 时，有 $a^3 > b^3$ ，故D正确，故选D。

【标注】 【素养】 逻辑推理

【知识点】 针对不等式变形判断正误

17. 若 $a < b < 0$ ，则下列不等关系中不能成立的是（ ）。

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

C. $|a| > |b|$

D. $a^2 > b^2$

【答案】 B

【解析】 因为 $a < b < 0$ ，

所以 $ab > 0$ ，

$$\frac{a}{ab} < \frac{b}{ab} \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}；$$

因为 $a < a - b < 0$ ，

$$\text{所以} \frac{1}{a-b} < \frac{1}{a}；$$

$$a < b < 0, |a| > |b|, a^2 > b^2。$$

【标注】 【素养】 逻辑推理

【知识点】 针对不等式变形判断正误

18. 若 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a > b$ ，则下面三个不等式：

① $\frac{b}{a} > \frac{b-1}{a-1}$ ；② $(a+1)^2 > (b+1)^2$ ；③ $(a-1)^2 > (b-1)^2$ 。

其中不成立的是 _____。（填序号）

【答案】①②③

【解析】①若 $a = -3, b = -4$, $\frac{b}{a} > \frac{b-1}{a-1}$ 不成立；

②若 $a = -3, b = -4$, $(a+1)^2 > (b+1)^2$ 不成立；

③若 $a = -3, b = -4$, $(a-1)^2 > (b-1)^2$ 不成立。

故答案为：①②③。

【标注】【知识点】针对不等式变形判断正误

19. 下列命题中正确的是（ ）。

A. 若 $ab > 0, a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

C. 若 $a > b, c > d$, 则 $a - c > b - d$

D. 若 $a > b, c > d$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

【答案】A

【解析】 $\because ab > 0, a > b, \therefore a \cdot \frac{1}{ab} > b \cdot \frac{1}{ab}, \therefore \frac{1}{b} > \frac{1}{a}$, 故A正确；

取 $c = 0$, 可排除B, D；由 $a > b, c > d$, 可知 $a - d > b - c$, 故C错误；

故选A。

【标注】【知识点】针对不等式变形判断正误

20. 设 $a > 1 > b > -1$, 则下列不等式中恒成立的是（ ）。

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

C. $a > b^2$

D. $a^2 > 2b$

【答案】C

【解析】A选项：当 $a = 2, b = -\frac{1}{2}$ 时, $a > 1 > b > -1$, 但 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 故A错；

B选项：当 $a = 2, b = \frac{1}{2}$ 时, $a > 1 > b > -1$ 但 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 故B错；

C选项： $\because -1 < b < 1, \therefore 0 \leq b^2 < 1, \because a > 1, \therefore a > b^2$, 故C正确；

D选项：例如 $a = \frac{9}{8}, b = \frac{3}{4}$, $a > 1 > b > -1, a^2 > 2b$, 故D错。

故选C。

【标注】【知识点】针对不等式变形判断正误

21. 若 $a < b < 0$, 则下列不等关系中 , 不能成立的是 () .

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a-b} < \frac{1}{a}$

C. $a^3 > b^3$

D. $a^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{2}{3}}$

【答案】C

【解析】A 选项 : $a < b < 0$,

$$\therefore ab > 0 ,$$

$$\therefore \frac{a}{ab} < \frac{b}{ab} ,$$

$$\therefore \frac{1}{b} < \frac{1}{a} , \text{ 故A正确 ;}$$

B 选项 : $\because a < b$,

$$\therefore a - b < 0 ,$$

$$\text{又} \because 0 < -b ,$$

$$\therefore a < a - b ,$$

$$\because a < 0 , a - b < 0 ,$$

$$\therefore a(a - b) > 0 ,$$

$$\therefore \frac{a}{a(a - b)} < \frac{a - b}{a(a - b)} ,$$

$$\therefore \frac{1}{a - b} < \frac{1}{a} , \text{ 故B正确 ;}$$

$$\text{C 选项 : } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= (a - b) \left[\left(a + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \right] ,$$

$$\because a < b < 0 ,$$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4}b^2 > 0 ,$$

$$\text{又} \because a < b ,$$

$$\therefore a - b < 0 ,$$

$$\therefore a^3 - b^3 < 0 ,$$

$$\therefore a^3 < b^3 , \text{ 故C错误 ;}$$

D 选项 : $\because a < b < 0$,

$$\therefore |a| > |b| ,$$

$$\therefore a^2 > b^2 > 0 ,$$

$$\therefore a^2 - b^2 > 0 ,$$

$$\therefore \left(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} \right) \left[\left(a^{\frac{2}{3}} \right)^2 + a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}} + \left(b^{\frac{2}{3}} \right)^2 \right] > 0 ,$$

$$\therefore \left(a^{\frac{2}{3}} \right)^2 + a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}} + \left(b^{\frac{2}{3}} \right)^2$$

$$= \left(a^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}b^{\frac{2}{3}}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(b^{\frac{2}{3}}\right)^2 > 0,$$

$$\therefore a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} > 0,$$

$$\therefore a^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{2}{3}}, \text{ 故D正确.}$$

故选 C.

【标注】【知识点】针对不等式变形判断正误

求解代数式的取值范围

22. 已知 $12 < a < 60$, $15 < b < 36$, 求 $a - b$ 与 $\frac{a}{b}$ 的取值范围.

【答案】 $a - b$ 和 $\frac{a}{b}$ 的取值范围分别是 $(-24, 15)$, $\left(\frac{1}{3}, 4\right)$.

【解析】 $\because 15 < b < 36$,

$$\therefore -36 < -b < -15,$$

$$\therefore 12 - 36 < a - b < 60 - 15, \text{ 即 } -24 < a - b < 45.$$

$$\because 15 < b < 36,$$

$$\therefore \frac{1}{36} < \frac{1}{b} < \frac{1}{15},$$

$$\therefore \frac{12}{36} < \frac{a}{b} < \frac{60}{15},$$

$$\therefore \frac{1}{3} < \frac{a}{b} < 4.$$

$$\therefore a - b \text{ 和 } \frac{a}{b} \text{ 的取值范围分别是 } (-24, 15), \left(\frac{1}{3}, 4\right).$$

【标注】【知识点】利用不等式性质求代数式范围或最值

23. 已知实数 a, b , 满足 $0 < a < b < 2$, 则 $a - b$ 的取值范围是 _____.

【答案】 $\{x | -2 < x < 0\}$

【解析】 由题意得出 $0 < a < 2$, $0 < b < 2$, 且 $a - b < 0$,

$$\therefore -2 < -b < 0.$$

$$\text{由不等式的可加性可得出 } -2 < a - b < 2,$$

$$\text{且 } a - b < 0,$$

$$\therefore -2 < a - b < 0,$$

$$\text{因此 } a - b \text{ 的取值范围是 } \{x | -2 < x < 0\},$$

$$\text{故答案为 } \{x | -2 < x < 0\}.$$

【标注】【知识点】针对不等式变形判断正误

24. 已知 $-4 \leq x - y \leq -1$, $-2 \leq x + y \leq 3$, 则 $2x - y$ 的取值范围() .

A. $-\frac{19}{2} \leq 2x - y \leq \frac{5}{2}$

B. $-7 \leq 2x - y \leq 0$

C. $-3 \leq 2x - y \leq 1$

D. $-5 \leq 2x - y \leq 1$

【答案】 B

【解析】 设 $2x - y = a(x - y) + b(x + y)$,

$$\therefore 2x - y = (a + b)x + (b - a)y ,$$

$$\therefore \begin{cases} a + b = 2 \\ b - a = -1 \end{cases} ,$$

$$\therefore \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} ,$$

$$\therefore -4 \leq x - y \leq -1 ,$$

$$\therefore -6 \leq \frac{3}{2}(x - y) \leq -\frac{3}{2} ,$$

$$\therefore -2 \leq x + y \leq 3 ,$$

$$\therefore -1 \leq \frac{1}{2}(x + y) \leq \frac{3}{2} ,$$

$$\therefore -7 \leq 2x - y \leq 0 .$$

故选B .

【标注】【知识点】截距型目标函数