

02解不等式组及不等式性质

1. 求解不等式组

不等式组

1. 写出下列不等式（组）的解集：

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ \frac{x+3}{x-1} > 2 \end{cases} \quad \text{——} .$$

2. 解不等式组 $\begin{cases} |2x-6| \geq 2 \\ -x^2 + x + 2 < 0 \end{cases}$.

3. 写出下列不等式（组）的解集：

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{3-x}{3+x} > \left| \frac{2-x}{2+x} \right| \end{cases} \quad \text{——} .$$

4. 解不等式组： $\begin{cases} \left| \frac{2x-3}{x+1} \right| < 1 \\ \frac{4x-1}{x^2-x+3} \leq 1 \end{cases}$.

5. 已知集合 $A = \left\{ x \mid \frac{1-x}{x} < 1 \right\}$, $B = \{ x \mid x^2 - 4 < 0 \}$, 则 $A \cap B = \text{——}$.

连不等式

6. 解下列不等式：

$$-9 < -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} < -3 .$$

7. 解不等式：

$$4 < |2x-3| \leq 7 .$$

2. 不等式性质

1. 不等式的基本性质

	别名	性质内容	注意
性质1	对称性		可逆
性质2	传递性		同向
性质3	可加性		可逆
3的推论	移项法则		可逆
性质4	可乘性		c的符号
性质5	同向可加性		同向
性质6	同向同正 可乘性		同向 同正
性质7	可乘方性		同正
性质8	可开方性		

【答案】

	别名	性质内容	注意
性质1	对称性	$a > b \Leftrightarrow b < a$ $a < b \Leftrightarrow b > a$	可逆
性质2	传递性	$a > b, b > c \Rightarrow a > c$ $c < b, b < a \Rightarrow c < a$	同向
性质3	可加性	$a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$	可逆
性质3的推论	移项法则	$a + b > c \Leftrightarrow a > c - b$	可逆
性质4	可乘性	$\left. \begin{matrix} a > b \\ c > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow ac > bc$ $\left. \begin{matrix} a > b \\ c < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow ac < bc$	c的符号
性质5	同向可加性	$\left. \begin{matrix} a > b \\ c > d \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + c > b + d$	同向
性质6	同向同正可乘性	$\left. \begin{matrix} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow ac > bd$	同向，同正
性质7	可乘方性	$a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n$ $(n \in N, n \geq 1)$	同正
性质8	可开方性	$a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ $(n \in N, n \geq 2)$	

2.不等式的其他性质——倒数性质

$$\textcircled{1} a > b, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b};$$

$$\textcircled{2} a < 0 < b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}.$$

3.比较数（式）大小的方法

	作差法	作商法
依据	$a - b > 0 \Leftrightarrow a > b$; $a - b < 0 \Leftrightarrow a < b$; $a - b = 0 \Leftrightarrow a = b$	$b > 0$ 时, $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b$, $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b$, $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b$; $b < 0$ 时, $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a < b$, $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b$, $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a > b$;

🔗 比较数、式的大小

8. 设 $0 < a < b$, $a + b = 1$, 则 b , $2ab$, $a^2 + b^2$ 三个数从小到大排列顺序是 () .
- A. $2ab < b < a^2 + b^2$ B. $2ab < a^2 + b^2 < b$
- C. $b < 2ab < a^2 + b^2$ D. $b < a^2 + b^2 < 2ab$
9. 若 $a_1 < a_2$, $b_1 < b_2$, 则 $a_1b_1 + a_2b_2$ 与 $a_1b_2 + a_2b_1$ 的大小关系是 _____ .
10. 设 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = \sqrt{6} - \sqrt{5}$, $c = \sqrt{7} - \sqrt{6}$, 则 a , b , c 的大小顺序是 _____ .

📊 精进不休 日新月异

11. 已知 $|a| \neq |b|$, $m = \frac{|a| - |b|}{|a - b|}$, $n = \frac{|a| + |b|}{|a + b|}$, 那么 m 、 n 之间的大小关系为 () .
- A. $m > n$ B. $m < n$ C. $m = n$ D. $m \leq n$

🔗 化简数、式不等关系

12. 如果 $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} > a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$, 则 a , b 应满足的条件是 _____ .
13. “ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”是“ $b < a < 0$ ”的 () .
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

🔗 判断不等式变形的正误

14. 若 $a > b > 0$, $c < d < 0$, 则一定有 () .
- A. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ B. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$
- C. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ D. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$
15. 若 $x > y$, $m > n$, 则下列不等式正确的是 () .
- A. $x - m > y - n$ B. $xm > yn$
- C. _____ D. $m - y > n - x$

$$\frac{x}{n} > \frac{y}{m}$$

16. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则 () .

A. $ac > bc$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. $a^2 > b^2$

D. $a^3 > b^3$

17. 若 $a < b < 0$, 则下列不等关系中不能成立的是 () .

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

C. $|a| > |b|$

D. $a^2 > b^2$

18. 若 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a > b$, 则下面三个不等式:

① $\frac{b}{a} > \frac{b-1}{a-1}$; ② $(a+1)^2 > (b+1)^2$; ③ $(a-1)^2 > (b-1)^2$.

其中不成立的是 _____. (填序号)

19. 下列命题中正确的是 () .

A. 若 $ab > 0, a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

C. 若 $a > b, c > d$, 则 $a-c > b-d$

D. 若 $a > b, c > d$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

20. 设 $a > 1 > b > -1$, 则下列不等式中恒成立的是 () .

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

C. $a > b^2$

D. $a^2 > 2b$

21. 若 $a < b < 0$, 则下列不等关系中, 不能成立的是 () .

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a-b} < \frac{1}{a}$

C. $a^3 > b^3$

D. $a^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{2}{3}}$

求解代数式的取值范围

22. 已知 $12 < a < 60, 15 < b < 36$, 求 $a-b$ 与 $\frac{a}{b}$ 的取值范围.

23. 已知实数 a, b , 满足 $0 < a < b < 2$, 则 $a-b$ 的取值范围是 _____.

24. 已知 $-4 \leq x-y \leq -1, -2 \leq x+y \leq 3$, 则 $2x-y$ 的取值范围 () .

A. $-\frac{19}{2} \leq 2x-y \leq \frac{5}{2}$

B. $-7 \leq 2x-y \leq 0$

C. $-3 \leq 2x-y \leq 1$

D. $-5 \leq 2x-y \leq 1$

