

02指数运算与指数函数练习题

1. 指数运算

1. 计算：

$$\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (-7.8)^0 - \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}.$$

2.

$$\text{计算：} 16^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{81}\right)^{-0.25} - \left(-\frac{1}{2}\right)^0.$$

3. 化简：

$$\frac{(\sqrt[3]{a^2b})^2 \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a^2b^4}} (a > 0, b > 0).$$

4. 若 $a < \frac{1}{4}$ ，则化简 $\sqrt[4]{(4a-1)^2}$ 的结果是 () .

A. $-\sqrt{4a-1}$

B. $-\sqrt{1-4a}$

C. $\sqrt{4a-1}$

D. $\sqrt{1-4a}$

2. 指数函数

🔔 比较大小

5. 已知 $a = \left(\frac{2}{5}\right)^{0.3}$ ， $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.3}$ ， $c = \left(\frac{1}{3}\right)^{-0.3}$ ，则 a, b, c 的大小关系为 () .

A. $a < c < b$

B. $a < b < c$

C. $b < c < a$

D. $b < a < c$

6. 设 $a = 0.6^{0.6}$ ， $b = 0.6^{1.5}$ ， $c = 1.5^{0.6}$ ，则 a, b, c 的大小关系是 () .

A. $a < b < c$

B. $a < c < b$

C. $b < a < c$

D. $b < c < a$

7. 设 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$ ， $b = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{4}}$ ， $c = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ，则 a, b, c 的大小关系是 _____ .

8. 设 $a = \left(\frac{3}{4}\right)^{0.5}$ ， $b = \left(\frac{4}{3}\right)^{0.4}$ ， $c = \left(\frac{5}{3}\right)^{0.4}$ ，则 () .

A. $a < b < c$

B. $c < a < b$

C. $b < a < c$

D. $a < c < b$

🔔 过定点

9. 函数 $y = a^{x-1} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象必经过定点 _____ .

10. 函数 $y = a^{2x-3} + 1$ ($a > 0, a \neq 1$) 恒过定点 _____ .

🔔 解不等式

11. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $2^x < \frac{1}{8}$ ”是“ $\frac{2}{x} < 1$ ”的 () .

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

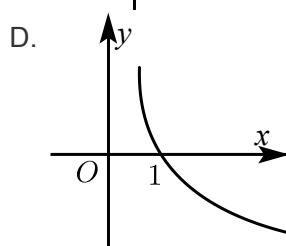
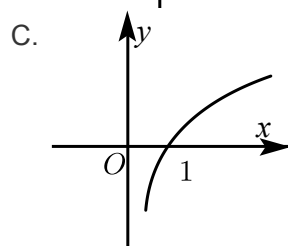
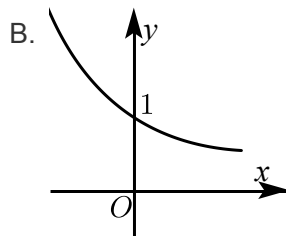
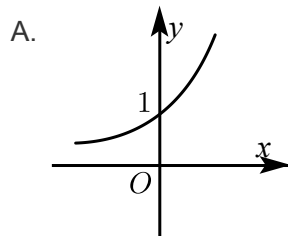
12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x \leq 0 \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(x_0) > 1$, 则 x_0 的取值范围是 ____ .

实际应用

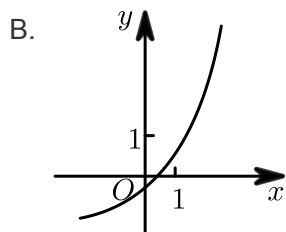
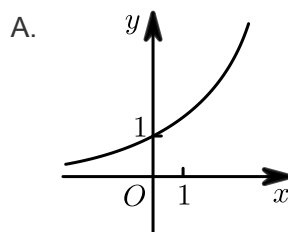
13. 某种细菌在培养过程中, 每 20 min 分裂一次, 由 1 个细菌分裂成 2 个细菌, 经过 3h, 这种细菌由 1 个可繁殖成 ____ 个.
14. 某林区 2010 年初木材蓄积量约为 200 万立方米, 由于采取了封山育林、严禁采伐等措施, 使木材蓄积量的年平均增长率达到了 5% 左右, 则 2015 年初该林区木材蓄积量约为 () 万立方米.
- A. $200(1+5\%)^5$ B. $200(1+5\%)^6$ C. $200(1+6 \times 5\%)$ D. $200(1+5 \times 5\%)$
15. 某食品的保鲜时间 y (单位: 小时) 与储藏温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足函数关系 $y = e^{kx+b}$ ($e = 2.718 \dots$ 为自然对数的底数, k, b 为常数). 若该食品在 0°C 的保鲜时间是 192 小时, 在 22°C 的保鲜时间是 48 小时, 则该食品在 33°C 的保鲜时间是 () .
- A. 16 小时 B. 20 小时 C. 24 小时 D. 28 小时

图像

16. 函数 $y = 3^{-x}$ 的图象是 () .

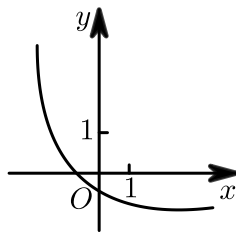
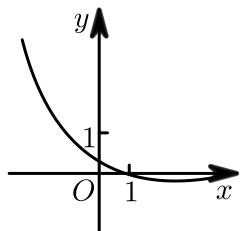


17. 函数 $f(x) = a^x - a$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象可能是 () .



C.

D.



分段函数单调性

18. 函数 $f(x) = \begin{cases} -x+3-3a, & x < 0 \\ a^x, & x \geq 0 \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数, 则 a 的取值范围是 ().

- A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{2}{3}]$ C. $[\frac{2}{3}, 1)$ D. $(-\infty, \frac{2}{3}]$

复合函数单调性

19. 函数 $y = 2^{x^2-2x}$ 的单调递减区间是 ().

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 0]$ C. $[1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

20. 函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$ 的单调增区间是 ().

- A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

21. 函数 $f(x) = a^{-x^2+3x+2}$ ($0 < a < 1$) 的单调递增区间是 _____.

复合函数的值域

22. 设 a 为常数, 函数 $f(x) = 1 + 2^x + a \cdot 4^x$, $x \in (-\infty, 1]$.

(1) 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 求 $f(x)$ 的值域.

(2) 若 $f(x)$ 的值域 $\subseteq [0, +\infty)$, 求 a 的最小值.

结合函数性质

23. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x - m}{2^x + m}$ ($m > 0$) 是奇函数, 则 $f(m) =$ _____.

24. 已知 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, 那么 $f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 的值为 ().

- A. $1 + \sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $1 - \sqrt{3}$