

03常用逻辑用语

1. 充分条件与必要条件

1. 四种条件的定义

- ①若 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 成立的 充分条件 .
- ②若 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 成立的 必要条件 .
- ③如果 $p \Leftrightarrow q$, 则 p 是 q 的 充要条件 .
- ④如果 $p \nRightarrow q$ 且 $q \nRightarrow p$, 则 p 是 q 成立的 既不充分也不必要条件 .

2. 利用集合的思想判别四种条件

设 $A = \{x | x = \text{满足条件 } p\}$, $B = \{x | x = \text{满足条件 } q\}$.

关系	$A \subsetneq B$	$B \subsetneq A$	$A \not\subset B$ 且 $B \not\subset A$	$A = B$
图示				

设若 $A \subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$, 则称 p 是 q 的 充分不必要条件 .

设若 $A \not\subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则称 p 是 q 的 必要不充分条件 .

设若 $A \not\subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$, 则称 p 是 q 的 既不充分也不必要条件 .

设若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则称 p 是 q 的 充分且必要条件 .

🔔 判断前是后的什么条件 (求解不等式)

1. 2020~2021学年天津红桥区高一上学期期末第3题4分 ★

设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|x| < 1$ ”是“ $x^2 + x - 2 < 0$ ”的 () .

- | | |
|------------|---------------|
| A. 充分不必要条件 | B. 必要不充分条件 |
| C. 充要条件 | D. 既不必要也不充分条件 |

【答案】 A

【解析】 $\because |x| < 1$,

$$\therefore -1 < x < 1 ,$$

$$\therefore x^2 + x - 2 < 0 ,$$

$$\therefore (x+2)(x-1) < 0 ,$$

$$\therefore -2 < x < 1 ,$$

$\because (-1, 1)$ 是 $(-2, 1)$ 的子集,
 $\therefore |x| < 1$ 是 “ $x^2 + x - 2 < 0$ ” 的充分不必要条件,
故选 A.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

2. 2019~2020 学年天津红桥区高一上学期期中第7题4分 ★★

设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $x < -2$ 或 $x > 1$ ” 是 “ $|x - 2| < 1$ ” 的 ().

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】 $p: x < -2$ 或 $x > 1$,
 $q: |x - 2| < 1 \Rightarrow 1 < x < 3$,
 $p \not\Leftarrow q$,
所以 p 是 q 的必要不充分条件.
故选: B.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

3. 2019~2020 学年10月天津河西区天津市新华中学高一上学期月考第6题 ★★

“ $a > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < 1$ ” 的 ().

- A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既非充分也非必要条件

【答案】A

【解析】设集合 $A = \{a | a > 1\}$,
集合 $B = \left\{a | \frac{1}{a} < 1\right\}$,
解得 $B = \{a | a < 0 \text{ 或 } a > 1\}$,
可得 $A \subsetneq B$.
 $\therefore$ “ $a > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < 1$ ” 的充分不必要条件.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

🗨 判断前是后的什么条件 (逻辑推导)

4. 2019~2020学年天津河西区高一上学期期中第2题3分 ★

设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a+b>4$ ”是“ $a>2$ 且 $b>2$ ”的().

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】 B

【解析】 由“ $a>2$ 且 $b>2$ ”可得到 $a+b>4$, 必要性成立,
由“ $a+b>4$ ”不可推得“ $a>2$ 且 $b>2$ ”, 充分性不成立.
 $\therefore$ “ $a+b>4$ ”是“ $a>2$ 且 $b>2$ ”的必要而不充分条件.
故选 B.

【标注】 【知识点】 充要条件与不等式结合; 不等式的性质
【素养】 逻辑推理

5. 2018~2019学年陕西西安新城区西安西光中学高二下学期期末文科第4题3分 ★★

已知条件 $p: x+y \neq -2$, 条件 $q: x, y$ 不都是 -1 , 则 p 是 q 的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】 A

【解析】 因为 $p: x+y \neq -2$, $q: x \neq -1$ 或 $y \neq -1$,
所以 $\neg p: x+y = -2$, $\neg q: x = -1$ 且 $y = -1$,
因为 $\neg q \Rightarrow \neg p$ 但 $\neg p \Rightarrow \neg q$ 不对,
所以 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件,
即 p 是 q 的充分不必要条件, 故选 A.

【标注】 【知识点】 充要条件与不等式结合

6. 2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高一上学期开学考试第3题4分 ★★

“ $x < y$ ”是“ $|x| < |y|$ ”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】 D

【解析】 当 $x < y$ 时 ,

令 $x = -100$, $y = 0$,

此时 $|x| > |y|$,

当 $|x| < |y|$ 时 ,

令 $x = 0$, $y = -100$,

此时 $x > y$, 故 D .

【标注】 【知识点】 充要条件与不等式结合

 判断前是后的什么条件 (一元二次方程求根问题)

7. 2020~2021学年天津和平区天津市耀华嘉诚国际学校高一上学期期中第5题4分 ★★

“ $a \geq 4$ ”是“关于 x 的方程 $x^2 - ax + a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$) 有实数解”的 () .

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 A

【解析】 因为关于 x 的方程 $x^2 - ax + a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$) 有实数解 ,

所以 $\Delta = (-a)^2 - 4a \geq 0$,

解得 $a \geq 4$ 或 $a \leq 0$,

所以当 $a \geq 4$ 时 , 关于 x 的方程 $x^2 - ax + a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$) 有实数解 ;

关于 x 的方程 $x^2 - ax + a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$) 有实数解时 , $a \geq 4$ 或 $a \leq 0$,

所以“ $a \geq 4$ ”是“关于 x 的方程 $x^2 - ax + a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$) 有实数解”的充分不必要条件 .

故本题正确答案为 A .

【标注】 【知识点】 一元二次方程根的分布 ; 充要条件与其他知识点结合

8. 2019~2020学年天津河北区高一上学期期末第9题4分 ★★

$a < 0$ 是方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负数根的 () .

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 B

【解析】 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有根，则 $\Delta = 2^2 - 4a \geq 0$ ，得 $a \leq 1$ 时方程有根，
当 $a < 0$ 时， $x_1 x_2 = \frac{1}{a} < 0$ ，方程有负根，又 $a = 1$ 时，方程根为 $x = -1$ ，
显然 $a < 0 \Rightarrow$ 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负数根；
方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负数根，不一定 $a < 0$ 。
 $a < 0$ 是方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负数根的充分不必要条件。
故选 B。

【标注】 【知识点】 一元二次方程根的分布；充要条件与函数结合；函数零点的概念

 根据条件关系求解参数取值范围

9. 2020~2021 学年天津滨海新区塘沽第一中学高一上学期期中第19题10分 ★★

已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，若集合 $A = \{x | -2 \leq x < 4\}$ ， $B = \{x | x - m < 0\}$ 。
若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分条件，求实数 m 的取值范围。

【答案】 (1) $[4, +\infty)$ 。

【解析】 (1) $B = \{x | x < m\}$ ，
 $\because x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分条件，
 $\therefore m \geq 4$ ，
故实数 m 的取值范围为 $[4, +\infty)$ 。

【标注】 【知识点】 已知充要条件求参数范围；交、并、补集混合运算

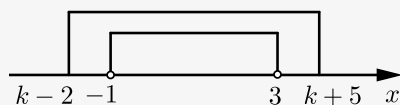
10. 2020~2021 学年10月天津和平区天津市汇文中学高一上学期月考第17题8分 ★★

已知 $p: x^2 - 2x < 3$ ， $q: k - 2 \leq x \leq k + 5$ ，若 p 是 q 的充分不必要条件，求实数 k 的取值范围。

【答案】 $\{k | -2 \leq k \leq 1\}$ 。

【解析】 $p: x^2 - 2x < 3$ ，
 $x^2 - 2x - 3 < 0$ ，
 $(x + 1)(x - 3) < 0$ ，
即 $-1 < x < 3$ ，
 $\because p$ 是 q 的充分不必要条件，
 $\therefore \{x | -1 < x < 3\} \subsetneq \{x | k - 2 \leq x \leq k + 5\}$ ，

结合数轴：



$$\begin{cases} k-2 \leq -1 \\ k+5 \geq 3 \end{cases}, \text{解得 } \{k \mid -2 \leq k \leq 1\}.$$

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

11. 2019~2020学年天津静海县高一上学期期中第18题12分 ★★

已知命题 p ：实数 x 满足 $a < x < 4a$ ，命题 q ：实数 x 满足 $2 < x < 4$ 。

若 p 是 q 的必要条件，求 a 的取值范围。

【答案】(1) $[1, 2]$ 。

【解析】(1) 设 $A = \{x \mid a < x < 4a\}$ ，其中 $a > 0$ ， $B = \{x \mid 2 < x < 4\}$ ，

$\because p$ 是 q 的必要条件，

$$\therefore B \subseteq A, \therefore \begin{cases} a \leq 2 \\ 4a \geq 4 \end{cases}, \text{解得 } 1 \leq a \leq 2,$$

经检验，符合题意，

$\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $[1, 2]$ 。

【标注】【知识点】根据命题真假求参数的范围；充要条件与不等式结合

12. 2019~2020学年10月天津和平区天津市耀华中学高一上学期月考第17题10分 ★★

设集合 $A = \{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$ ，关于 x 的不等式 $(x-2a)(x+a) > 0$ 的解集为 B （其中 $a < 0$ ）。

(1) 求集合 B 。

(2) 设 $p: x \in A$ ， $q: x \in B$ ，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，求 a 的取值范围。

【答案】(1) $B = \{x \mid x < 2a \text{ 或 } x > -a\}$ 。

(2) $a \leq -3$ 。

【解析】(1) $\because a < 0$ ，

$$\therefore 2a < -a,$$

故 $(x-2a)(x+a) > 0$ 的解集为： $x < 2a$ 或 $x > -a$ ，

$\therefore$ 集合 $B = \{x \mid x < 2a \text{ 或 } x > -a\}$ 。

(2) $\because \neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，

$\therefore q$ 是 p 的充分不必要条件，

$$\therefore B \subsetneq A,$$

$\therefore$ 集合 $B = \{x \mid x < 2a \text{ 或 } x > -a\}$ ，集合 $A = \{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2a \leq -2 \\ -a \geq 3 \end{cases}, \text{解得: } a \leq -3,$$

综上所述, a 的取值范围是 $a \leq -3$.

【标注】【知识点】已知充要条件求参数范围

使命题成立的某某条件求解

13. 2018~2019学年广东深圳南山区深圳大学师范学院附属中学高二上学期期中理科第11题5分 ★★

关于 x 的不等式 $mx^2 + mx + 1 > 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立的一个必要不充分条件是 ().

- A. $m < 0$ 或 $m > 4$ B. $0 < m < 4$ C. $0 \leq m < 4$ D. $0 \leq m \leq 4$

【答案】 D

【解析】 A 选项: 当 $m = 0$ 时, 不等式为 $1 > 0$, 恒成立;

当 $m \neq 0$ 时, 要使不等式 $mx^2 + mx + 1 > 0$ 恒成立, 必须满足 $\begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 4m < 0 \end{cases}$,

$\Rightarrow 0 < m < 4$, 所以不等式 $mx^2 + mx + 1 > 0$ 恒成立的充要条件是 $0 \leq m < 4$.

$m < 0$ 或 $m > 4$ 是不等式恒成立的既不充分也不必要条件, 故 A 错误;

B 选项: $0 < m < 4$ 是不等式恒成立的充分不必要条件, 故 B 错误;

C 选项: $0 \leq m < 4$ 是不等式恒成立的充要条件, 故 C 错误;

D 选项: $0 \leq m \leq 4$ 是不等式恒成立的必要不充分条件, 故 D 正确.

故选 D.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

14. 2019年天津和平区高三一模理科第5题5分 ★★

不等式 $x - \frac{1}{x} > 0$ 成立的充分不必要条件是 ().

- A. $x > 1$ B. $x > -1$
C. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ D. $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$

【答案】 A

【解析】 $1 - \frac{1}{x} > 0$,

$$\frac{x-1}{x} > 0,$$

$$x(x-1) > 0,$$

$x < 0$ 或 $x > 1$, 充要条件为子集.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

15. 2019~2020学年浙江杭州西湖区杭州学军中学西溪校区高三上学期期中第4题4分 ★★

已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，下列四个条件中，使 $a > b$ 成立的充分不必要条件是 () .

- A. $a > b - 1$ B. $a > b + 1$ C. $|a| > |b|$ D. $2^a > 2^b$

【答案】 B

【解析】 A 选项： $a > b - 1$ 是 $a > b$ 的必要不充分条件，不符合题意 .

B 选项： $a > b + 1$ 是 $a > b$ 充分不必要条件，符合条件 .

C 选项： $|a| > |b|$ 是 $a > b$ 既不充分也不必要条件 .

D 选项： $2^a > 2^b$ 是 $a > b$ 的充要条件 .

故选 B .

【标注】 【知识点】 充要条件与不等式结合

16. 2019~2020学年天津和平区天津市第一中学高一上学期期中第6题3分 ★★

使不等式 $(x+1)(|x|-1) > 0$ 成立的充分不必要条件是 () .

- A. $x \in (1, +\infty)$ B. $x \in (2, +\infty)$
C. $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ D. $x \in (-\infty, -1)$

【答案】 B

【解析】 不等式 $(x+1)(|x|-1) > 0$,

当 $x \geq 0$ 时，不等式化为： $(x+1)(x-1) > 0$,

解得： $x < -1$ 或 $x > 1$.

因此， $x > 1$,

当 $x < 0$ 时，不等式化为： $(x+1)(-x-1) > 0$,

即 $(x+1)^2 < 0$, $x \in \emptyset$,

综上所述： $x \in (1, +\infty)$,

因此不等式 $(x+1)(|x|-1) > 0$ 成立的充分不必要条件可以是 $x \in (2, +\infty)$.

故选 B .

【标注】 【知识点】 充要条件与不等式结合

17. 2019~2020学年上海浦东新区华东师范大学第二附属中学高一上学期单元测试第3题 ★★

不等式 $\frac{|a+b|}{|a|+|b|} \leq 1$ 成立的充要条件是 () .

- A. $ab \neq 0$ B. $a^2 + b^2 \neq 0$ C. $ab > 0$ D. $ab < 0$

【答案】 B

【解析】 因为 $\frac{|a+b|}{|a|+|b|} \leq 1$ ，所以 a, b 不能同时为 0，即 $a^2 + b^2 \neq 0$ ，
所以 $\frac{|a+b|}{|a|+|b|} \leq 1 \Leftrightarrow |a+b| \leq |a|+|b| \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab \leq a^2 + b^2 + 2|ab|$ ，
 $\Leftrightarrow ab \leq |ab|$ ，该不等式恒成立，
 $\Leftrightarrow a, b$ 不同时为 0，即 $a^2 + b^2 \neq 0$ ，
所以不等式 $\frac{|a+b|}{|a|+|b|} \leq 1$ 成立的充要条件为 $a^2 + b^2 \neq 0$ 。
故选 B。

【标注】 【知识点】 充要条件与不等式结合

 充分必要条件的含参问题

18. 2020~2021学年9月天津红桥区天津市第五中学高一上学期月考第20题12分 ★★★★★

已知集合 $A = \{x | x^2 - (3+a)x + 3a \leq 0\}$ ， $B = \left\{x \left| \frac{x-2}{x-1} < 0 \right.\right\}$ 。

已知命题 $p: x \in A$ ，命题 $q: x \in B$ ，若命题 p 的充分不必要条件是命题 q ，求实数 a 的取值范围。

【答案】 (1) $(-\infty, 1]$ 。

【解析】 (1) 对于不等式 $x^2 - (3+a)x + 3a \leq 0 \Rightarrow (x-3)(x-a) \leq 0$ ，

① $a > 3$ 时，不等式解为 $3 \leq x \leq a$ ；

② $a = 3$ 时，不等式解为 $x = 3$ ；

③ $a < 3$ 时，不等式解为 $a \leq x \leq 3$ ，

由 (1) 可得集合 $B = \{x | 1 < x < 2\}$ ，

$\because$ 命题 q 是命题 p 的充分不必要条件，

$\therefore B \subseteq A$ ，

i 当 $a > 3$ 时， $A = [3, a]$ ，与 $B \subseteq A$ 矛盾；

ii 当 $a = 3$ 时， $A = \{3\}$ ，与 $B \subseteq A$ 矛盾；

iii 当 $a < 3$ 时， $A = [a, 3]$ ，则 $a \leq 1$ ，

综上所述，实数 a 的取值范围为 $(-\infty, 1]$ 。

【标注】 【知识点】 充要条件与不等式结合；解不等式中的分类讨论；交、并、补集混合运算

19. 2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高一上学期开学考试第18题12分 ★★★

已知 $A = \{x | x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$, $B = \{x | |x - m| \leq 2\}$.

是否存在实数 m , 使“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”必要不充分条件, 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) 存在, $0 \leq m \leq 8$.

【解析】 (1) $\because B = [m - 2, m + 2]$, $A = [-2, 10]$,

$\therefore$ “ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件,

$\therefore B \subseteq A$,

$$\therefore \begin{cases} m - 2 \geq -2 \\ m + 2 \leq 10 \end{cases},$$

$\therefore 0 \leq m \leq 8$.

【标注】【知识点】根据命题真假求参数的范围; 充要条件与不等式结合; 含绝对值的不等式

20. 2020~2021学年10月湖北武汉江岸区武汉市第二中学高一上学期周测B卷第13题 ★★

已知集合 $A = \{x | |x| < 1\}$, 若“ $x \in A$ ”是“不等式 $a - 4 < x < 2a - 1$ 成立”的充分条件, 则实数 a 的最大值为 _____.

【答案】 3

【解析】 $\because |x| < 1$,

$\therefore -1 < x < 1$,

$\therefore A = (-1, 1)$,

又 $\because$ “ $x \in A$ ”是“不等式 $a - 4 < x < 2a - 1$ 成立”的充分条件,

$$\therefore \begin{cases} 1 \leq 2a - 1 \\ -1 \geq a - 4 \end{cases},$$

$\therefore 1 \leq a \leq 3$,

$\therefore a_{\max} = 3$.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

21. 2020~2021学年10月天津南开区天津中学高一上学期月考第17题10分 ★★★

已知集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 集合 $B = \left\{x \mid \frac{x - a - 1}{x - a} < 0\right\}$, $a \in \mathbf{R}$.

若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

【答案】(1) $-1 \leq a \leq 2$.

【解析】(1) $\because \frac{x-a-1}{x-a} < 0$,

又 $\because a+1 > a$,

$\therefore a < x < a+1$,

$\therefore B = (a, a+1)$.

又 $\because "x \in A"$ 是 $"x \in B"$ 的必要不充分条件,

$\therefore \begin{cases} a \geq -1 \\ a+1 \leq 3 \end{cases}$,

$\therefore -1 \leq a \leq 2$.

【标注】【知识点】由元素与集合的关系求参数；根据命题真假求参数的范围；充要条件与不等式结合

22. 2019~2020学年9月天津南开区天津市第二十五中学高一上学期月考第18题13分 ★★

已知 $p: \frac{x-5}{x-2} < 0$, $q: x^2 - 4mx + 3m^2 < 0$, 其中 $m > 0$.

若 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

【答案】(1) $m \in \left[\frac{5}{3}, 2\right]$.

【解析】(1) 由 (1) 知: $p: x \in (2, 5)$,

$q: x^2 - 4mx + 3m^2 < 0$, $(x-3m)(x-m) < 0$, $m < x < 3m$, $x \in (m, 3m)$,

$\neg p: x \in (-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$, $\neg q: x \in (-\infty, m] \cup [3m, +\infty)$,

若 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件, 则 $\begin{cases} m \leq 2 \\ 3m \geq 5 \end{cases}$, 解得: $\frac{5}{3} \leq m \leq 2$,

故 $m \in \left[\frac{5}{3}, 2\right]$.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合；分式不等式；一元二次不等式

2. 全称量词与存在量词及其命题

1. 存在量词及存在量词命题

命题	存在命题“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”
表述方法	①存在 $x_0 \in M$, 使 $p(x_0)$ 成立
	②至少有一个 $x_0 \in M$, 使 $p(x_0)$ 成立
	③对有些 $x_0 \in M, p(x_0)$ 成立

④对某个 $x_0 \in M$, $p(x_0)$ 成立

⑤有一个 $x_0 \in M$, 使 $p(x_0)$ 成立

2. 全称量词及全称量词命题

命题	全称命题“ $\forall x \in M, p(x)$ ”
表述方法	①对所有的 $x \in M$, $p(x)$ 成立
	②对一切 $x \in M$, $p(x)$ 成立
	③对每一个 $x \in M$, $p(x)$ 成立
	④任选一个 $x \in M$, $p(x)$ 成立
	⑤凡 $x \in M$, 都有 $p(x)$ 成立

【备注】【教师备注】注意：全称命题含有全称量词，有些全称命题中的全称量词是省略的，理解时需把它补充出来
例如，命题“平行四边形对角线互相平分”应理解为“所有的平行四边形对角线都互相平分”。

3. 含有一个量词命题的否定

(1) 一般地，对于含有一个量词的全称命题的否定，有下面的结论：

全称命题 $p: \forall x \in M, p(x)$,

它的否定 $\neg p$: _____

(2) 一般地，对于含有一个量词的存在量词命题的否定，有下面的结论：

存在量词命题 $p: \exists x \in M, p(x)$,

它的否定 $\neg p$: _____

【备注】【答案】(1) 它的否定 $\neg p: \exists x_0 \in M, \neg p(x_0)$.

(2) 它的否定 $\neg p: \forall x \in M, \neg p(x)$.

4. “一般命题的否定”与“含有一个量词的命题的否定”的辨析

即将全称量词改为存在量词，存在量词改为全称量词.

【备注】【教师备注】含有一个量词的命题的否定与一般命题的否定**相同**，含有一个量词的命题的否定的关键也是对关键词的否定

存在量词命题的否定

23. 2020~2021学年天津塘沽紫云中学高一上学期期中第2题5分 ★

命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 + x + 1 < 0$ ”的否定是（ ）.

A. $\exists x \notin \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$

B. $\forall x \notin \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$

C. $\exists x \in \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$

D. $\forall x \in \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$

【答案】 D

【解析】 “ $\exists x \in \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 + x + 1 < 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}$ ，使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$ ”，故 D .

【标注】【知识点】全称量词命题与存在量词命题的否定

24. 2020~2021学年10月天津河西区天津市第四中学高一上学期月考第12题4分 ★

命题“ $\exists x > 0$ ， $x^3 - 2x + 1 = 0$ ”的否定为 _____ .

【答案】 $\forall x > 0$ ， $x^3 - 2x + 1 \neq 0$

【解析】 解： $\because$ 特称命题的否定是全称命题， $\therefore$ 命题：“ $\exists x > 0$ ， $x^3 - 2x + 1 = 0$ ”的否定为： $\forall x > 0$ ， $x^3 - 2x + 1 \neq 0$. 故答案为： $\forall x > 0$ ， $x^3 - 2x + 1 \neq 0$.

【标注】【知识点】全称量词命题与存在量词命题的否定；全称量词与存在量词

25. 2019~2020学年10月天津和平区天津市第二南开中学高一上学期月考第14题4分 ★★

命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{C}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}$ ， $x_0^3 \in \mathbf{Q}$ ”的否定是 _____ .

【答案】 $\forall x_0 \in \mathbb{C}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}$ ， $x_0^3 \notin \mathbf{Q}$

【解析】 $\because$ 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{C}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}$ ， $x_0^3 \in \mathbf{Q}$ ”是特称命题，而特称命题的否定是全称命题， $\therefore$ “ $\exists x_0 \in \mathbb{C}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}$ ， $x_0^3 \in \mathbf{Q}$ ”的否定是“ $\forall x_0 \in \mathbb{C}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}$ ， $x_0^3 \notin \mathbf{Q}$ ”. 故答案为： $\forall x_0 \in \mathbb{C}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}$ ， $x_0^3 \notin \mathbf{Q}$.

【标注】【知识点】全称量词命题与存在量词命题的否定；逻辑联结词；全称量词与存在量词

26. 2020~2021学年天津南开区天津中学高一上学期期中第2题5分 ★

命题“ $\exists x_0 \leq 0, x_0^2 \geq 0$ ”的否定是 () .

- A. $\forall x \leq 0, x^2 < 0$ B. $\forall x \leq 0, x^2 \geq 0$ C. $\exists x_0 > 0, x_0^2 > 0$ D. $\exists x_0 < 0, x_0^2 < 0$

【答案】 A

【解析】 命题 $\exists x_0 \leq 0, x_0^2 \geq 0$,
否定为 $\forall x \leq 0, x^2 < 0$.
故选 A .

【标注】 【知识点】 全称量词命题与存在量词命题的否定

🔔 全称量词命题的否定

27. 2020~2021学年10月天津和平区天津市汇文中学高一上学期月考第12题4分 ★

命题：“ $\forall x < 0, x^2 - 2x + 3 \leq 0$ ”的否定是 _____ .

【答案】 $\exists x_0 < 0, x_0^2 - 2x_0 + 3 > 0$

【解析】 命题为全称命题，则命题：“ $\forall x < 0, x^2 - 2x + 3 \leq 0$ ”的否定为： $\exists x_0 < 0, x_0^2 - 2x_0 + 3 > 0$.
故答案为： $\exists x_0 < 0, x_0^2 - 2x_0 + 3 > 0$.

【标注】 【知识点】 全称量词命题与存在量词命题的否定；逻辑联结词

28. 2019~2020学年天津和平区天津市第一中学高一上学期期中第2题3分 ★

命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$ ”的否定是 () .

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 \leq 0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$
C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 < 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 < 0$

【答案】 C

【解析】 因为命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$ ”为全称量词命题，
所以命题的否定为 $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 < 0$.
故选 C .

【标注】 【知识点】 全称量词命题与存在量词命题的否定；全称量词与存在量词

29. 2019~2020学年天津蓟县高一上学期期中第11题5分 ★

命题“ $p: \forall n \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Q}$ ”的否定是 _____ .

【答案】 $\exists n_0 \in \mathbf{Z}, n_0 \notin \mathbf{Q}$

【解析】 命题“ $\forall n \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Q}$ ”的否定是 $\exists n_0 \in \mathbf{Z}, n_0 \notin \mathbf{Q}$.

【标注】 **【知识点】** 全称量词命题与存在量词命题的否定；全称量词与存在量词