

03常用逻辑用语

1. 充分条件与必要条件

1.四种条件的定义

- ①若 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 成立的_____.
- ②若 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 成立的_____.
- ③如果 $p \Leftrightarrow q$, 则 p 是 q 的_____.
- ④如果 $p \nRightarrow q$ 且 $q \nRightarrow p$, 则 p 是 q 成立的_____.

2.利用集合的思想判别四种条件

设 $A = \{x | x = \text{满足条件 } p\}$, $B = \{x | x = \text{满足条件 } q\}$.

关系	$A \subsetneq B$	$B \subsetneq A$	$A \not\subset B$ 且 $B \not\subset A$	$A = B$
图示				

设若 $A \subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$, 则称 p 是 q 的_____.

设若 $A \not\subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则称 p 是 q 的_____.

设若 $A \not\subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$, 则称 p 是 q 的_____.

设若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则称 p 是 q 的_____.

🔗 判断前是后的什么条件 (求解不等式)

1. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|x| < 1$ ”是“ $x^2 + x - 2 < 0$ ”的 () .

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件

C. 充要条件
D. 既不必要也不充分条件
2. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x < -2$ 或 $x > 1$ ”是“ $|x - 2| < 1$ ”的 () .

A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件

C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. “ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的 () .

A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件

C. 充要条件
D. 既非充分也非必要条件

🔗 判断前是后的什么条件 (逻辑推导)

14. 不等式 $x - \frac{1}{x} > 0$ 成立的充分不必要条件是 () .
- A. $x > 1$ B. $x > -1$
C. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ D. $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$
15. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 下列四个条件中, 使 $a > b$ 成立的充分不必要条件是 () .
- A. $a > b - 1$ B. $a > b + 1$ C. $|a| > |b|$ D. $2^a > 2^b$
16. 使不等式 $(x+1)(|x|-1) > 0$ 成立的充分不必要条件是 () .
- A. $x \in (1, +\infty)$ B. $x \in (2, +\infty)$
C. $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ D. $x \in (-\infty, -1)$
17. 不等式 $\frac{|a+b|}{|a|+|b|} \leq 1$ 成立的充要条件是 () .
- A. $ab \neq 0$ B. $a^2 + b^2 \neq 0$ C. $ab > 0$ D. $ab < 0$

充分必要条件的含参问题

18. 已知集合 $A = \{x | x^2 - (3+a)x + 3a \leq 0\}$, $B = \left\{x \left| \frac{x-2}{x-1} < 0 \right.\right\}$.
已知命题 $p: x \in A$, 命题 $q: x \in B$, 若命题 p 的充分不必要条件是命题 q , 求实数 a 的取值范围.
19. 已知 $A = \{x | x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$, $B = \{x | |x - m| \leq 2\}$.
是否存在实数 m , 使“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”必要不充分条件, 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.
20. 已知集合 $A = \{x | |x| < 1\}$, 若“ $x \in A$ ”是“不等式 $a - 4 < x < 2a - 1$ 成立”的充分条件, 则实数 a 的最大值为 _____.
21. 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 集合 $B = \left\{x \left| \frac{x-a-1}{x-a} < 0 \right.\right\}$, $a \in \mathbf{R}$.
若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.
22. 已知 $p: \frac{x-5}{x-2} < 0$, $q: x^2 - 4mx + 3m^2 < 0$, 其中 $m > 0$.
若 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

2. 全称量词与存在量词及其命题

1. 存在量词及存在量词命题

命题	存在命题“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”
表述方法	① 存在 $x_0 \in M$, 使 $p(x_0)$ 成立
	② 至少有一个 $x_0 \in M$, 使 $p(x_0)$ 成立
	③ 对有些 $x_0 \in M, p(x_0)$ 成立



④对某个 $x_0 \in M$, $p(x_0)$ 成立

⑤有一个 $x_0 \in M$, 使 $p(x_0)$ 成立

2. 全称量词及全称量词命题

命题	全称命题“ $\forall x \in M, p(x)$ ”
表述方法	①对所有的 $x \in M$, $p(x)$ 成立
	②对一切 $x \in M$, $p(x)$ 成立
	③对每一个 $x \in M$, $p(x)$ 成立
	④任选一个 $x \in M$, $p(x)$ 成立
	⑤凡 $x \in M$, 都有 $p(x)$ 成立

3. 含有一个量词命题的否定

(1) 一般地, 对于含有一个量词的**全称命题的否定**, 有下面的结论:

全称命题 $p: \forall x \in M, p(x)$,

它的否定 $\neg p$: _____

(2) 一般地, 对于含有一个量词的**存在量词命题的否定**, 有下面的结论:

存在量词命题 $p: \exists x \in M, p(x)$,

它的否定 $\neg p$: _____

4. “一般命题的否定”与“含有一个量词的命题的否定”的辨析

(1) 一般命题的否定:

通常是在条件成立的前提下否定其结论, 得到真假性完全相反的两个命题;

(2) 含有一个量词的命题的否定:

是在否定结论的同时, 改变量词的属性

即将全称量词改为存在量词, 存在量词改为全称量词.

存在量词命题的否定

23. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + x + 1 < 0$ ”的否定是 ().

A. $\exists x \notin \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$

B. $\forall x \notin \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$

C. $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$

D. $\forall x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + x + 1 \geq 0$

24. 命题“ $\exists x > 0, x^3 - 2x + 1 = 0$ ”的否定为 _____ .

25. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{C}, x_0^3 \in \mathbb{Q}$ ”的否定是 _____ .

26. 命题“ $\exists x_0 \leq 0, x_0^2 \geq 0$ ”的否定是 () .

- A. $\forall x \leq 0, x^2 < 0$ B. $\forall x \leq 0, x^2 \geq 0$ C. $\exists x_0 > 0, x_0^2 > 0$ D. $\exists x_0 < 0, x_0^2 < 0$



全称量词命题的否定

27. 命题：“ $\forall x < 0, x^2 - 2x + 3 \leq 0$ ”的否定是 _____ .

28. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$ ”的否定是 () .

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 \leq 0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$
C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 < 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 < 0$

29. 命题“ $p: \forall n \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Q}$ ”的否定是 _____ .