

05基本不等式3

🔗 换元法——加减常数

1. 已知实数 $a > 0$, $b > -2$, 且满足 $2a + b = 1$, 则 $\frac{2a^2 + 1}{a} + \frac{b^2 - 2}{b + 2}$ 最小值是_____.
2. 已知 $ab > 0$, $a + b = 3$, 则 $\frac{b^2}{a + 2} + \frac{a^2}{b + 1}$ 的最小值为_____.
3. 设正实数 x, y 满足 $x > \frac{1}{2}$, $y > 1$, 不等式 $\frac{4x^2}{y - 1} + \frac{y^2}{2x - 1} \geq m$ 恒成立, 则 m 的最大值为().
A. $2\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}$ C. 16 D. 8
4. 设 $a, b > 0$, $a + b = 5$, 则 $\sqrt{a + 1} + \sqrt{b + 3}$ 的最大值为_____.
5. 已知 x, y 都是非负实数, 且 $x + y = 2$, 则 $\frac{8}{(x + 2)(y + 4)}$ 的最小值为().
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

🔗 基本配凑法

6. 设正实数 a, b 满足 $a + b = 1$, 则 $a^2 + b^2$ 最小值是_____, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 最大值是_____.
7. 已知实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 - xy = 1$, 则 $x + y$ 的最大值为_____.
8. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 则 $\frac{a^2 + 4 + 4ab + 4b^2}{a + 2b}$ 的最小值为_____.
9. 设 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\left(x - \frac{1}{y}\right)^2 = \frac{16y}{x}$, 则当 $x + \frac{1}{y}$ 取最小值时, $x^2 + \frac{1}{y^2} =$ _____.
10. 若 $x < 0$, 则函数 $y = x^2 + \frac{1}{x^2} - x - \frac{1}{x}$ 的最小值是().
A. $\frac{9}{4}$ B. 0 C. 2 D. 4
11. 已知 $a > b$, 二次三项式 $ax^2 + 2x + b \geq 0$ 对于一切实数 x 恒成立, 又 $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $ax_0^2 + 2x_0 + b = 0$ 成立, 则 $\frac{a^2 + b^2}{a - b}$ 的最小值为_____.
12. 若正实数 a, b 满足 $(2a + b)^2 = 1 + 6ab$, 则 $\frac{ab}{2a + b + 1}$ 的最大值为().
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

🔗 升级配凑法

13. 若 a, b 均为正实数, 则 $\frac{ab + b}{a^2 + b^2 + 1}$ 的最大值为_____.
14. 若 $a, b > 0$, 且 $b > 2a$, 则 $\frac{b^2 - 2ab + a^2}{ab - 2a^2}$ 的最小值为().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

15. 已知实数 $x, y > 0$ 且 $xy = 2$, 则 $\frac{x^3 + 8y^3}{x^2 + 4y^2 + 8}$ 的最小值是 _____ .

16. 已知 $a, b > 0$, 且满足 $a^2 + ab = 1$, 则 $3a + b$ 的最小值为 () .

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{3}$

🔔 消元法

17. 已知正数 x, y 满足 $x^2 + 2xy - 3 = 0$, 则 $2x + y$ 的最小值是 _____ .

18. 已知 x, y 为正实数, 且 $xy + 2x + 4y = 41$, 则 $x + y$ 的最小值为 _____ .

19. 已知正实数 a, b 满足 $ab = a + 2$, 那么 $2a + b$ 的最小值为 _____ .

🔔 直接使用

20. 若 x, y 是正数, 则 $\left(x + \frac{1}{2y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2x}\right)^2$ 的最小值为 ()

A. 3

B. $\frac{7}{2}$

C. 4

D. $\frac{9}{2}$

21. 若 $m > n > 0$, 则 $m^2 + \frac{1}{(m-n)n}$ 的最小值为 _____ .

22. 已知 $a > b > 0$, 则 $a^2 + \frac{16}{b(a-b)}$ 的最小值为 _____ .

🔔 通分型

23. 若正数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $\frac{1}{a-1} + \frac{9}{b-1}$ 的最小值为 () .

A. 1

B. 6

C. 9

D. 16

🔔 数化为式

24. 已知 $a > 0, b > 0, a + 2b = 1$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{3a+1}{b}$ 的最小值为 () .

A. 8

B. 6

C. 12

D. 9

🔔 三项

25. 已知 $x > y > z$, 若 $\frac{1}{x-y} + \frac{4}{y-z} \geq \frac{n}{x-z}$ 恒成立, 则 n 的最大值为 () .

A. 3

B. 4

C. 9

D. 16