

A. $a > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > b$
 C. $b > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > a$

B. $b > \sqrt{ab} > \frac{a+b}{2} > a$
 D. $b > a > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

11. 若 $ab > 0$, 则 $\frac{a^2 + 2b^2}{ab}$ 的最小值为 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 3 D. 2

12. 已知不等式 $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{a}{y}\right) \geq 9$ 对任意正实数 x, y 恒成立, 则正实数 a 的最小值为 () .

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

13. 已知 $a > 0, b > 0$, 若不等式 $\frac{3}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{m}{a+3b}$ 恒成立, 则 m 的最大值为 () .

- A. 9 B. 12 C. 18 D. 24

直接使用两次

14. 已知 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + 2\sqrt{ab}$ 的最小值是 ()

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. 5

15. 若 $a, b \in \mathbf{R}, ab > 0$, 则 $\frac{a^4 + 4b^4 + 1}{ab}$ 的最小值为 _____ .

统一和、积形式 (知积求和、知和求积)

16. 已知 $a, b > 0, a+b=4$, 则下列各项中恒成立的是 () .

- A. $\frac{1}{ab} \geq \frac{1}{2}$
 B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 1$
 C. $\sqrt{ab} \geq 2$
 D. $\frac{1}{a^2 + b^2} \geq \frac{1}{4}$

17. 若正实数 a, b 满足 $a+b=1$, 则 () .

- A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 有最大值 4
 B. ab 有最小值 $\frac{1}{4}$
 C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 有最大值 $\sqrt{2}$
 D. $a^2 + b^2$ 有最小值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

18. 若 $a > 0, b > 0, ab = a+b+1$, 则 $a+b$ 的最小值为 () .

- A. $\sqrt{2}+1$ B. $2\sqrt{2}-2$ C. $2+2\sqrt{2}$ D. 4

19. 若正实数 x, y 满足 $2x+y+6=xy$, 则 xy 的最小值是 _____ .

20. 已知 $x > 0, y > 0, x+2y+2xy=8$, 则 $x+2y$ 的最小值是 _____ .

21. 若实数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \sqrt{ab}$, 则 ab 的最小值为 () .

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. 4

1的代换

22. 在等式 $\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = m$ 中, $x > 0, y > 0$, 若 $x + y$ 的最小值为 $\frac{5}{6}$, 则 m 的值为 _____.

23. 若两个正实数 x, y 满足 $4x + y = xy$, 且不等式 $x + \frac{y}{4} \geq m^2 - 3m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 _____.

24. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 2$, $x + y > \frac{m^2}{2} + 4m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 ().

A. $(-8, 0)$ B. $(1, \sqrt{5})$ C. $(-8, 1)$ D. $(-9, 1)$

25. 正数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{9}{b} = 2$, 若不等式 $a + b \geq -3x^2 + (6 - m)x + 20$ 对任意实数 $x \in (1, 2]$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围 _____.

26. 若两个正实数 x, y 满足 $\frac{1}{3x} + \frac{3}{y} = 1$, 且不等式 $x + \frac{y}{4} - n^2 - \frac{13n}{12} < 0$ 有解, 则实数 n 的取值范围是 ().

A. $\left(-\frac{25}{12}, 1\right)$ B. $\left(-\infty, -\frac{25}{12}\right) \cup (1, +\infty)$ C. $(1, +\infty)$ D. $\left(-\infty, -\frac{25}{12}\right)$

27. 若 $\log_4(3a + 4b) = \log_2\sqrt{ab}$, 则 $a + b$ 的最小值是 _____.

1的代换——加减常数

28. 设 $a > 0, b > 1$, 若 $a + b = 2$, 且不等式 $\frac{4}{a} + \frac{1}{b-1} > m^2 + 8m$ 恒成立, 则 m 的取值范围是 ().

A. $m > 9$ 或 $m < -1$ B. $m > 1$ 或 $m < -9$ C. $-9 < m < 1$ D. $-1 < m < 9$

1的代换——配凑

29. 函数 $y = \frac{1}{x} + \frac{2}{1-x}$ ($0 < x < 1$) 的最小值为 _____.

30.

已知 $a > b > 0$ 且 $a + b = 1$, 求 $\frac{4}{a-b} + \frac{1}{2b}$ 的最小值, 并求取到最小值时 a, b 的值.