

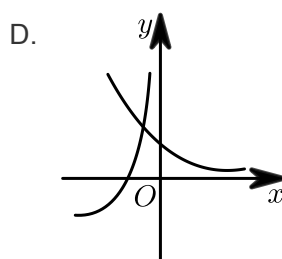
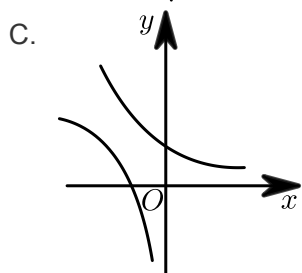
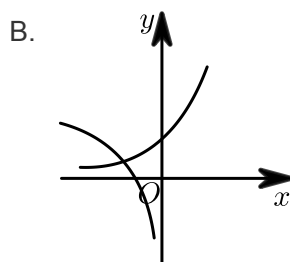
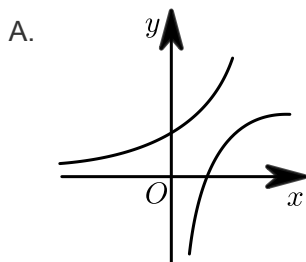
05函数性质综合练习题

定义域、值域为 $\mathbf{R}$

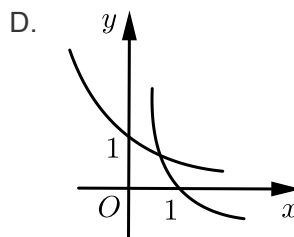
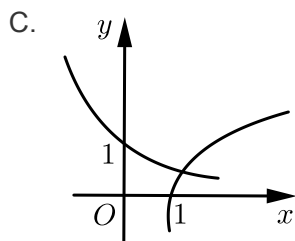
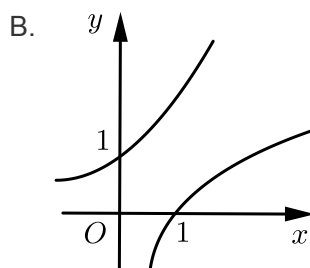
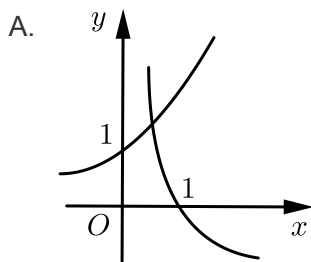
1. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2ax + 3)$.
- (1) 若 $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围.
- (2) 若 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围.

图像辨析

2. 已知 $0 < a < 1$, 函数 $y = a^x$ 与 $y = \log_a(-x)$ 的图象可能是 ().



3. 当 $a > 1$ 时, 在同一坐标系中, 函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a x$ 的图象为 ().



判断函数的单调性、奇偶性求解不等式

4. 已知函数 $f(x) = 2^x - \frac{m-1}{2^x}$ ($m \in \mathbf{R}$) 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数.
- (1) 求 m 的值.

(2) 根据函数单调性的定义证明 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

(3) 若对 $\forall x \in [-1, 1]$, 不等式 $f(3x^2 + 1) + f(kx - x^2) \geq 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

值域型问题

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x - 1, & x > 0 \\ x^2 + 1, & x \leq 0 \end{cases}$, 若存在 $x_1 \in (0, +\infty)$, $x_2 \in (-\infty, 0]$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$, 则 x_1 的最小值为 ().

A. $\log_2 3$

B. $\log_3 2$

C. 1

D. 2

恒成立问题

6. 已知函数 $f(x) = \frac{-2^x + b}{2^{x+1} + a}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x)$ 是奇函数, 其中 a 与 b 是常数.

(1) 求 a 与 b 的值.

(2) 若 $x \in [-1, 1]$, 对于任意的 $t \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(x) < 2t^2 - \lambda t + 1$ 恒成立, 求实数 λ 的取值范围.

7. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的增函数 $y = f(x)$ 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x + y) = f(x) + f(y)$.

(1) 求 $f(0)$ 的值.

(2) 求证 $f(x)$ 为奇函数.

(3) 若 $f(k \cdot 2^x) + f(4^{x+1} - 8^x - 2^x) > 0$ 对任意 $x \in [-1, 2]$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

8. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$, 其中 e 是自然对数的底数.

(1) 用定义证明: $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是增函数.

(2) 证明: $f(x)$ 的奇偶性, 并求最小值 m .

(3) 在 (2) 的条件下, 若 $f(2x^2 + a^2) - f(2x^2 - 2ax + a^2 + 2) < m - 2$ 在 $a \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 时恒成立, 求实数 x 的取值范围.

能成立问题

9. 函数 $f(x) = \log_2(2^x - 1)$.

(1) 解不等式 $f(x) < 1$.

(2) 若方程 $f(x) = \log_4(m - 4^x)$ 有实数解, 求实数 m 的取值范围.

一元二次不等式解集问题

10.

若关于 x 的不等式 $\frac{k^2 x}{x^2 + 3k^2} > m$ 的解集为 $(-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$, 求不等式 $5mx^2 + \frac{k^2}{2}x + 3 > 0$ 的解集.

11. 若关于 x 的不等式 $x^2 + |x - a| < 2$, 至少有一个正数解, 则实数 a 的取值范围是 ().

A. $\left(-\frac{9}{4}, 2\right)$

B. $\left(-\frac{9}{4}, \frac{9}{4}\right)$

C. $\left(-2, \frac{9}{4}\right)$

D. $(-2, 2)$

