

## 04零点问题练习题

### 🔔 零点存在区间

1. 函数  $f(x) = -\frac{1}{x} + \log_2 x$  的一个零点落在下列哪个区间 ( ) .  
A. (0,1)                      B. (1,2)                      C. (2,3)                      D. (3,4)
2. 设函数  $f(x) = 2^x + x - 5$  , 则函数  $f(x)$  的零点所在区间是 ( ) .  
A. (-1,0)                      B. (0,1)                      C. (1,2)                      D. (2,3)
3. 函数  $f(x) = 3^x + \frac{1}{2}x - 2$  的零点所在的一个区间是 ( ) .  
A. (-2,-1)                      B. (-1,0)                      C. (0,1)                      D. (1,2)
4. 已知函数  $f(x) = 2^x + 2x - 5$  的零点属于区间  $(m-1, m)$  , 其中  $m \in \mathbf{Z}$  , 则  $4^{\frac{1}{m}} - \log_8 |m| = ( )$  .  
A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{5}{3}$                       D. 4

### 🔔 根据解的个数求解参数值

5. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 1, & x \geq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}, & x < 0 \end{cases}$  , 若  $g(x) = f(x) - a$  恰好有 3 个零点, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_ .
6. 已知  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$  , 函数  $g(x) = f(x) + x + m$  , 若  $g(x)$  有两个零点, 则  $m$  的取值范围是 ( ) .  
A.  $[-1, +\infty)$                       B.  $(-\infty, -1]$                       C.  $[0, +\infty)$                       D.  $[-1, 0)$
7. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x < 2 \\ \frac{3}{x-1}, & x \geq 2 \end{cases}$  , 若方程  $f(x) - a = 0$  有三个不同的实数根, 则实数  $a$  的取值范围是 ( ) .  
A. (1,3)                      B. (0,3)                      C. (0,2)                      D. (0,1)

### 🔔 求零点的和积范围

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x+1}, & 0 \leq x < 1 \\ |x-3| - 1, & x \geq 1 \end{cases}$  , 则函数  $g(x) = f(x) - \frac{1}{e}$  ( $e = 2.71828 \dots$ , 是自然对数的底数) 的所有零点之和为 \_\_\_\_\_ .
9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x \leq 0 \\ |\log_2 x|, & x > 0 \end{cases}$  , 若方程  $f(x) = a$  有四个不同的解  $x_1, x_2, x_3, x_4$  , 且  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$  , 则  $x_3 \cdot (x_1 + x_2) + \frac{1}{x_3^2 \cdot x_4}$  的取值范围是 ( ) .  
A.  $(-1, 1]$                       B.  $[-1, 1]$                       C.  $[-1, 1)$                       D.  $(-1, 1)$

 零点解答

10. 已知函数  $f(x) = \log_2(1+x) + \log_2(1-x)$  .

( 1 ) 求函数  $f(x)$  的定义域 .

( 2 ) 若函数  $g(x) = x - 2^{f(x)} - 2t$  有两个不同的零点 , 求实数  $t$  的取值范围 .