

## 02诱导公式

### 1. 同角三角函数的基本关系

#### 1.同角三角函数的基本关系

|      | 基本关系式 | 语言描述                                   |
|------|-------|----------------------------------------|
| 平方关系 |       | 同一个角 $\alpha$ 的正弦、余弦的平方和等于1            |
| 商数关系 |       | 同一个角 $\alpha$ 的正弦、余弦的商等于角 $\alpha$ 的正切 |

#### 2.基本关系式的变形

$$\textcircled{1} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha, \\ \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \\ \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \\ (\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm 2\sin \alpha \cos \alpha. \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \tan \alpha \cos \alpha, \\ \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\tan \alpha} \end{cases}$$

1. 已知  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ , 求  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$  的值.

2. 若  $\alpha$  为第三象限的角, 则  $\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} + \frac{2\sin \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$  的值为 ( ).

A. 3

B. -3

C. 1

D. -1

3. 若  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{5}{4}$ , 则终边过点  $(\sin \alpha, \tan \alpha)$  的角是 ( ).

A. 第一象限角

B. 第二象限角

C. 第三象限角

D. 第四象限角

4. 已知  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 则  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$  的值为 ( ).

A.  $-\frac{1}{5}$

B.  $-\frac{3}{5}$

C.  $\frac{1}{5}$

D.  $\frac{3}{5}$

5. 已知  $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$ ,  $\alpha \in (0, \pi)$ , 则  $\tan \alpha =$  ( ).

A. -1

B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. 1



当是  $\frac{\pi}{2}$  的奇数倍时，函数名称\_\_\_\_\_

②“符号看象限”：首先强调一点，诱导公式中的  $\alpha$  为任意角，

在记忆诱导公式时，把  $\alpha$  看成锐角对公式的记忆很有帮助。

在定号时要\_\_\_\_\_

## 2. 常用诱导公式

|                                                                                                      |                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 公式（一）：<br>$\sin(2k\pi + \alpha) =$<br>$\cos(2k\pi + \alpha) =$<br>$\tan(2k\pi + \alpha) =$           | 公式（二）：<br>$\sin(\pi + \alpha) =$<br>$\cos(\pi + \alpha) =$<br>$\tan(\pi + \alpha) =$                 |
| 公式（三）：<br>$\sin(-\alpha) =$<br>$\cos(-\alpha) =$<br>$\tan(-\alpha) =$                                | 公式（四）：<br>$\sin(\pi - \alpha) =$<br>$\cos(\pi - \alpha) =$<br>$\tan(\pi - \alpha) =$                 |
| 公式（五）：<br>$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$<br>$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$ | 公式（六）：<br>$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$<br>$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$ |

## 3. 诱导公式的作用

| 诱导公式 | 作用                                                           |
|------|--------------------------------------------------------------|
| 公式一  | 将角转化为 $0 \sim 2\pi$ 的角求值                                     |
| 公式二  | 将 $0 \sim 2\pi$ 的角转化为 $0 \sim \pi$ 的角求值                      |
| 公式三  | 将负角转化为正角求值                                                   |
| 公式四  | 将 $\frac{\pi}{2} \sim \pi$ 的角转化为 $0 \sim \frac{\pi}{2}$ 的角求值 |
| 公式五  | 实现正弦与余弦、正切与余切的相互转化                                           |
| 公式六  | 实现正弦与余弦、正切与余切的相互转化                                           |

### 化简求值（弧度制）

13. 已知  $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = ( \quad )$ 。

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       D.  $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

14. 已知  $\sin(2\pi - \alpha) = -\frac{2}{3}$ , 且  $\alpha$  为第二象限角, 则  $\tan(\pi - \alpha) =$  \_\_\_\_\_ .

15. 若  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) < 0$  且  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) < 0$ , 则  $\theta$  是 ( ) .

- A. 第一象限角      B. 第二象限角      C. 第三象限角      D. 第四象限角

16. 已知点  $(-4, 3)$  是角  $\alpha$  终边上的一点, 则  $\sin(\pi - \alpha) =$  ( ) .

- A.  $\frac{3}{5}$       B.  $-\frac{3}{5}$       C.  $\frac{4}{5}$       D.  $-\frac{4}{5}$

17.  $\cos\left(-\frac{23\pi}{3}\right) =$  \_\_\_\_\_ .

18. 已知角  $\theta$  的终边过点  $(4, -3)$ , 则  $\frac{\sin(\pi + \theta) + \tan(-\theta)}{\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)} =$  \_\_\_\_\_ .

### 化简求值 (角度制)

19.  $2\sin 240^\circ - \sqrt{3}\cos 90^\circ =$  ( ) .

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       B. 0      C.  $-\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{3}$

20.  $\tan 210^\circ =$  ( ) .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\sqrt{3}$       D.  $-\sqrt{3}$

21.  $\cos(-300^\circ) =$  \_\_\_\_\_ .

22.  $\sin 660^\circ$  的值为 ( ) .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

### 长化简

23. 已知  $f(\alpha) = \frac{\sin(\alpha - 3\pi) \cdot \cos(2\pi - \alpha) \cdot \sin\left(-\alpha + \frac{3}{2}\pi\right)}{\cos(-\pi - \alpha) \cdot \sin(-\pi - \alpha)}$  .

(1) 化简  $f(\alpha)$  .

(2) 若  $\sin\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right) = \frac{1}{5}$ , 求  $f(\alpha)$  的值 .

24. 已知  $\sin(3\pi + \theta) = \frac{1}{3}$ , 求  $\frac{\cos(\pi + \theta)}{\cos \theta [\cos(\pi - \theta) - 1]} + \frac{\cos(\theta - 2\pi)}{\sin\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right) \cos(\theta - \pi) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}$  的值 .

25.

化简： 
$$\frac{\sin(2\pi + \alpha) \cos(\pi - \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(-\pi - \alpha) \sin(-3\pi - \alpha) \sin(-\pi + \alpha) \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right)} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

|| 包罗万象 举一千从

结合同角三角函数关系

26. 已知角  $\alpha$  是第四象限角，且满足  $3\cos(-\alpha) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = 1$ ，则  $\tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$  .

27. 已知  $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{4}{5}$ ， $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  .

求值： 
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 2\cos(\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(-\alpha)} .$$