

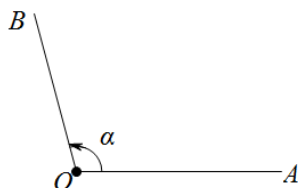
01三角函数的定义

1. 任意角

1.角的定义

角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置**旋转**到另一个位置所成的图形．

2.角的表示



(1) 始边：射线的起始位置 OA ．

(2) 终边：射线的终止位置 OB ．

(3) 顶点：射线的端点 O ．

(4) 记法：图中的角可以记为“角 α ”或“ $\angle\alpha$ ”或“ $\angle AOB$ ”或“ $\angle BOA$ ” ．

3.角的分类

名称	定义	图形
正角	一条射线按逆时针方向旋转形成的角	
负角	一条射线按顺时针方向旋转形成的角	
零角	一条射线没有进行任何旋转形成的角	

2. 终边相同角、象限角、轴线角、区域角

1.终边相同角

所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合 $S = \{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 即任一与角 α 终边相同的角, 都可以表示成角 α 与整数个周角的和

⑥终边落在 y 轴上的角的集合为：_____

⑦终边落在坐标轴上的角的集合为：_____

象限角与轴线角

4. 下列表示终边在第一三象限角平分线上的角的集合中，不正确的是（ ）.

A. $\left\{ \alpha \mid \alpha = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$

B. $\left\{ \alpha \mid \alpha = \frac{4k-3}{4}\pi, k \in \mathbf{Z} \right\}$

C. $\left\{ \alpha \mid \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$

D. $\left\{ \alpha \mid \alpha = k\pi + \frac{5\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$

4. 区域角

已知 α 的终边所在象限，求 $\frac{\alpha}{n}$ ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}$) 的终边所在象限

(1) 代数法

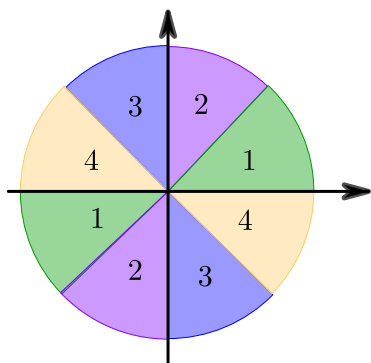
①由 α 的范围求出 $\frac{\alpha}{n}$ 的范围.

②通过分类讨论把 $\frac{\alpha}{n}$ 写成 $\theta + k \cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbf{Z}, 0^\circ < \theta < 360^\circ$) 的形式，判断 $\frac{\alpha}{n}$ 的终边所在象限.

(2) 几何法

①画出区域：将坐标系每个象限 n 等分，得 $4n$ 个区域 ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$).

②标号：自 x 轴正向起，沿逆时针方向把每个区域依次标上 1、2、3、4，如图所示 (此时 $n = 2$).



③确定区域：找出与角 α 的终边所在象限标号一致的区域，即为所求.

区域角

5. 已知 α 是锐角，那么 2α 是（ ）.

A. 第一象限角

B. 第二象限角

C. 小于 180° 的正角

D. 第一或第二象限角

6. 已知 α 是第二象限角，那么 $\frac{\alpha}{2}$ 是（ ）.

A. 第一象限角

B. 第二象限角

C. 第一或第二象限角

D. 第一或第三象限角

|| 精进不休 日新月异

7. 已知 α 是第二象限角，且 $\left| \cos \frac{\alpha}{2} \right| = \cos \frac{\alpha}{2}$ ，则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第 _____ 象限.

3. 弧度制

1.弧度的定义

长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角；

用弧度作为单位来度量角的单位制叫做弧度制；在弧度制下，1 弧度记作 $1rad$.

2.弧度制与角度制的转化

角度化弧度	弧度化角度
$360^\circ =$	$2\pi =$
$180^\circ =$	$\pi =$
$1^\circ =$	$1rad =$

3.特殊角的角度与弧度的相互转化

度	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	180°	360°
弧度									

8. 将 165° 化为弧度为 () .

A. $\frac{5\pi}{6}$

B. $\frac{11\pi}{12}$

C. $\frac{13\pi}{12}$

D. $\frac{7\pi}{6}$

9. 设角 $\alpha = -2$ 弧度，则 α 所在的象限是 () .

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

4. 扇形的弧长和面积

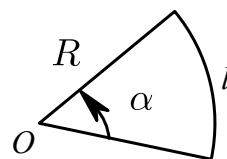
1.弧长公式

设扇形的半径为 R ，弧长为 l ，圆心角为 $\alpha (0 < \alpha < 2\pi)$.

由公式 $|\alpha| = \frac{l}{r}$ ，可得 $l = \alpha R$.

2.扇形面积

$$S = \frac{1}{2}\alpha R^2 = \frac{1}{2}lR .$$



3.弧长公式及扇形面积公式的两种表示

	角度制	弧度制
弧长公式		
扇形面积公式		
注意事项	R 是扇形的半径， n 是圆心角的角度数	R 是扇形的半径， α 是圆心角的弧度数

10. 若一个扇形的圆心角为 2 ，半径为 1 ，则扇形的面积为 _____ .
11. 已知扇形的周长为 6cm ，面积是 2cm^2 ，则扇形的圆心角的弧度数是 () .
 A. 4 B. 2 C. 1 D. 1 或 4
12. 扇形的圆心角与半径相等，面积为 4 ，这个扇形的圆心角等于 () .
 A. $\sqrt[3]{4}$ B. 2 C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$
13. 已知扇形的面积为 10cm^2 ，半径为 4cm ，则扇形的圆心角的弧度数为 () .
 A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

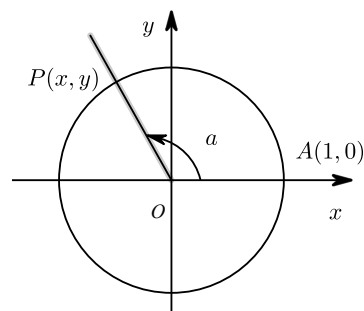
5. 三角函数的概念

1.单位圆

在直角坐标系中，我们称以原点为圆心，以单位长度为半径的圆为单位圆 .

2.三角函数的定义

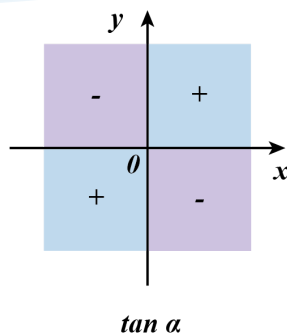
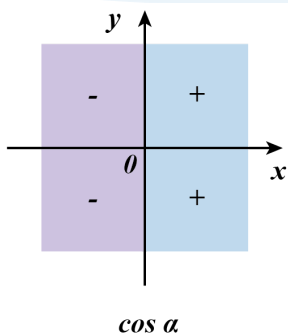
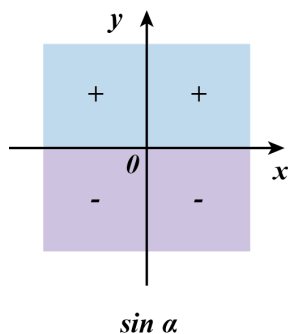
如图所示，设 α 是一个任意角， $\alpha \in \mathbf{R}$ ，它的终边与单位圆交于点 $P(x, y)$ ，那么：



- ① y 叫作 α 的**正弦**，记作 $\sin \alpha$ ，即 _____；
- ② x 叫作 α 的**余弦**，记作 $\cos \alpha$ ，即 _____；
- ③ $\frac{y}{x}$ 叫作 α 的**正切**，记作 $\tan \alpha$ ，即 _____；

正弦函数、余弦函数、正切函数都是以角为自变量，以单位圆上点的坐标或坐标的比值为函数值的函数，我们将它们统称为三角函数 .

3.三角函数在各象限的符号



三角函数的符号

14. 如果 $\sin \alpha > 0$, 且 $\cos \alpha < 0$, 那么 α 是 () .
- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角
15. 若 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha > 0$, 则 α 是 () .
- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角

三角函数的计算

16. 已知角 α 的终边上一点 $P(1, -2)$, 则 $\sin \alpha + \cos \alpha$ 等于 () .
- A. -1 B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $-\sqrt{5}$
17. 已知 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $\cos x = \frac{4}{5}$, 则 $\tan x =$ _____ .
18. 已知点 $P(x, 3)$ 是角 θ 终边上一点 , 且 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$, 则 x 的值为 _____ .
19. 已知角 α 的终边与单位圆交于点 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, 则 $\sin \alpha$ 的值为 () .
- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
20. 已知角 α 的终边过点 $(a, 2a)$ ($a \neq 0$) , 分别求出 $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ 的值 .
21. 已知点 $P(\tan \alpha, \cos \alpha)$ 在第二象限 , 则角 α 的终边在第 _____ 象限 .

包罗万象 举一千从

22. 已知扇形 AOB 的周长为 8 , 且圆心角弧度数为 2 , 则弦长 $AB =$ _____ .

4. 特殊角的三角函数值

角 α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	270°
弧度									
正弦									
余弦									
正切									

特殊三角函数值计算

23. 已知 $f(x) = 4\sin^2 x + 3$, 则 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值为 _____ .

24. 已知角 $\alpha (-\pi \leq \alpha < \pi)$ 终边是一点的坐标为 $\left(2\sin\frac{2\pi}{3}, -2\cos\frac{2\pi}{3}\right)$, 则 $\alpha =$ _____ .

25. 已知 $\alpha = \frac{5}{6}\pi$, 则点 $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$ 所在象限是 () .

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限